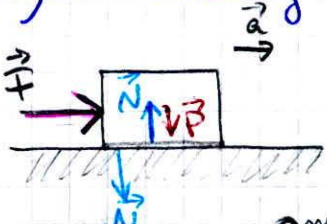
TP3	Dinámica del punto material

En todos lo casos adoptar $|g| = 10\, m/seg^2$

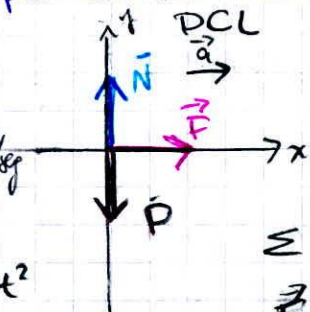
① Sobre un cuerpo que se encuentra inicialmente en reposo en una sup. horizontal sin rozamiento, se ejerce una fuerza horizontal de 1800 N. Como consecuencia el cuerpo se desplaza en la dirección de esta fuerza recorriendo una distancia de 50 m en un lapso de 20 seg.
Calcular:

a) La masa y el peso del cuerpo en la tierra



$\vec{F} = 1800\, N$

$\vec{P} = m.g = m.10\, m/seg$



→ 2° ley de Newton

$\Sigma \vec{F} = m.\vec{a}$

$\Sigma \vec{F}_x = m\vec{a}_x$; $\Sigma \vec{F}_y = m.\underbrace{\vec{a}_y}_{0}$

$\vec{F} = m.\vec{a}_x$; $\vec{N} - \vec{P} = 0$

$F = m.a$ $\quad \vec{N} = \vec{P}$

$X_{(t)} = \overbrace{X_0}^{0m} + \overbrace{V_0}^{0 m/seg}.t + \frac{a}{2}t^2 \rightarrow X(t) = \frac{a}{2}t^2$

$X(20) = 50\, m = \frac{a}{2}.20^2 seg^2 \rightarrow \boxed{a = 0{,}25\, m/seg^2}$

$F_T = m.a = m_T. 0{,}25\, m/seg^2 = 1800\, kg\, m/seg^2 \rightarrow \boxed{m_T = 7200\, kg \Rightarrow P_T = 72000\, N}$ ✓

b) La masa y el peso del cuerpo en la Luna ($g_L = 1/6\, g_T$) si la experiencia se realiza en la luna

$a = 0.25\, m/seg^2$ $\qquad F = m_L a \rightarrow m_L = \frac{1800\, kg\, m/seg^2}{0.25\, m/seg^2} = 7200\, kg$

$P = m.g_L = 7200\, kg . \frac{g_T}{6} = 12000\, kg\, m/seg^2 = 12000\, N$

$\boxed{\begin{array}{l} m_L = 7200\, kg \\ P_L = 12000\, N \end{array}}$ ✓

② En cierto planeta la aceleración de la gravedad es seis veces la gravedad terrestre.

Analice las sig. afirmaciones y diga si son verdaderas o falsas, fundamentando todas sus respuestas:

$g_P = 6 g_T$

a) El kilogramo patrón es allí de 6 kg.

$\boxed{F}$. Lo que varía es el peso, no la masa

b) La masa del kilogramo patrón es allí de 6 kg

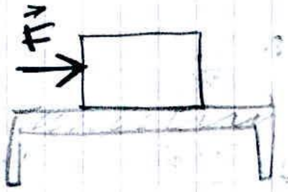
$\boxed{F}$

c) Si al kilogramo patrón se lo coloca allí sobre una mesa y se lo empuja con una fuerza horizontal de 1 kgf (1 kgf = 10 N) adquiere una aceleración igual a 6g.

Supongo que 6 g es 6 veces la gravedad

en $y \to \vec{a}_y = 0$

$m = 1 kg$



$\vec{F} = 10 N$

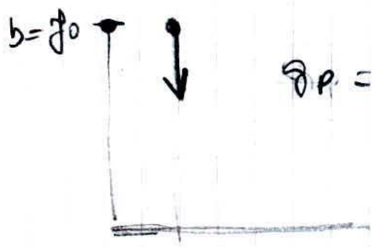
$\vec{F} = m \, \vec{a}_x$

$10 \, kg \frac{m}{seg^2} = 1 kg \cdot a$

$\boxed{a = 10 \, m/seg^2} = 1 g$

$\boxed{F}$

d) Si al kilogramo patrón se lo deja caer allí en caída libre desde el reposo, al cabo de cierto tiempo habría recorrido una distancia 6 veces mayor que en la tierra.



$g_P = 6 g_T$

$v_0 = 0 \, m/seg$

$y_0 = b \, m$

$\boxed{V}$

$y_{(t)} = \overset{b}{y_0} + \overset{0 \, m/seg}{v_0} \, t - \frac{g}{2} \cdot t^2 = b - \frac{g}{2} t^2$

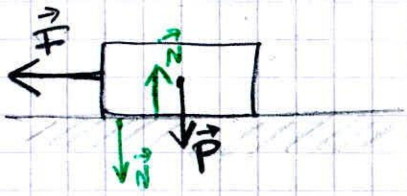
en Planeta: $y_P(t) = b - \frac{g_P}{2} t^2 = b - \frac{6 g_T}{2} t^2 = b - 30 \frac{m}{seg^2} t^2 = y_P(t)$

en tierra: $y_T(t) = b - \frac{g_T}{2} t^2 = b - 5 \frac{m}{seg^2} t^2 = y_T(t)$

la dist recorrida es $30 \frac{m}{seg^2} t^2$ en P

b, t constantes contra $5 \frac{m}{seg^2} t^2$ en T $\longrightarrow$ 6 veces más

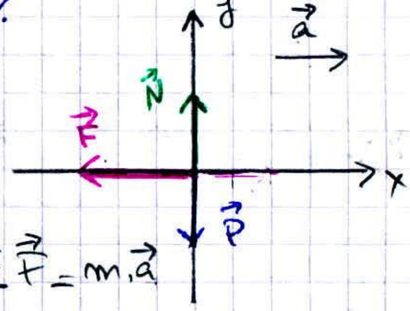
(3) Un cuerpo de masa 50kg., que tiene una velocidad de 20 m/seg es sometido a la acción de una fuerza de 10N en sentido contrario ¿Qué distancia recorrerá antes de detenerse?



$m = 50kg$

$v_0 = 20\ m/seg$

$\vec{F} = 10N$



$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$

- $\sum \vec{F}_x = m.\vec{a}_x$ $\qquad \sum \vec{F}_y = m\,\overset{0}{\vec{a}_y}$

$-\vec{F} = m.\vec{a}_x$ $\qquad \vec{N} - \vec{P} = 0 \rightarrow N = P$

$F = -m.a \rightarrow 10\ kg\frac{m}{seg^2} = -50\ kg.a \rightarrow \boxed{a = -0.20\ m/seg^2}$

$v(t) = v_0 + at \rightarrow v(tf) = 20\frac{m}{seg} - 0.20\frac{m}{seg^2}.tf = 0\frac{m}{seg}$ (cuando se detiene)

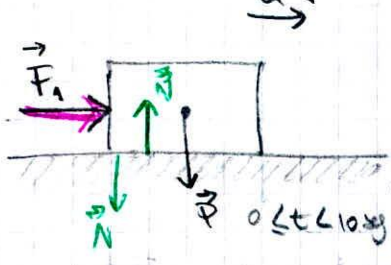
$20\frac{m}{seg} = 0.20\frac{m}{seg^2}\,tf \rightarrow \boxed{tf = 100\ seg}$

$x(t) = \overset{0}{x_0} + v_0 t + \frac{a}{2}t^2 \rightarrow x(t) = 20\frac{m}{seg}.t - 0.10\frac{m}{seg^2}t^2$

$x(tf) = 20\frac{m}{seg}.tf - 0.10\frac{m}{seg^2}tf^2 = 20\frac{m}{\cancel{seg}}.100\cancel{seg} - 0.10\frac{m}{\cancel{seg^2}}100^2\cancel{seg^2} = 1000m$

$$\boxed{x(tf) = 1000\ m}$$

4) Un cuerpo de masa 5 kg. que parte del reposo es arrastrado por una fuerza constante, durante 10 seg, sobre una sup. horizontal lisa. Al cabo de este tiempo la velocidad es de 10 cm/seg. Durante los 10 seg siguientes la fuerza es nula. Al finalizar este intervalo se aplica una fuerza igual a la mitad de la inicial y de sentido y de sentido opuesto a ella, hasta que el cuerpo se detiene.



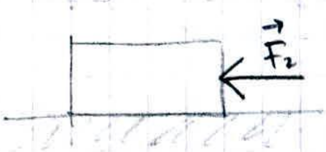
$v_0 = 0\ m/seg$ $\qquad v(t) = a t$

$m = 5\ kg$ $\qquad v(10) = a \cdot 10 seg$

$\boxed{a_1 = 0{,}01\ m/s^2}$

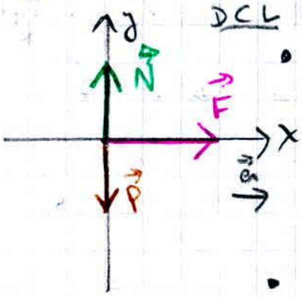
- $t_0 = 0 seg \quad t_1 = 10 seg \quad , v(10) = 0.10\ m/seg$
- $t_2 = 20 seg \rightarrow t_1 \leq t \leq t_2 \rightarrow \Sigma \vec{F} = 0 = m . \vec{a} \xrightarrow{m \neq 0} a = 0\ m/seg$

$a = 0\ m/seg^2 \rightarrow v\ cte = v(10) = 0.10\ m/seg$



- $t_2 \leq t \leq tf \quad , |\vec{F}_2| = \left|\frac{\vec{F}_1}{2}\right| \quad , v(tf) = 0\ m/seg$

a) Construir un gráfico de la velocidad en función del tiempo.



- $0 \leq t \leq 10 seg$ $\qquad \Sigma \vec{F} = m . \vec{a}$

$\Sigma \vec{F}_y = m\, \vec{a}_y^{\,0}$

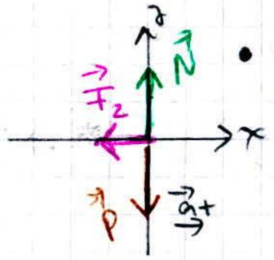
$\vec{N} - \vec{P} = 0 \longrightarrow N = P$

$\Sigma \vec{F}_x = m . \vec{a}_x$

$F = m . a_1 = 5 kg . 0{,}01\ m/s^2$

$\boxed{F = 0{,}05\ N}$

- $10 < t \leq 20 seg \rightarrow \begin{cases} v = 0.10\ m/seg \\ a = 0\ m/seg^2 \end{cases}$



- $20 < t \leq tf \rightarrow v(20) = v(10) = 0.1\ m/seg$

$v(tf) = 0 = v(20) + a(tf - 20) = 0.10\ m/seg + a(tf - 20 s)$

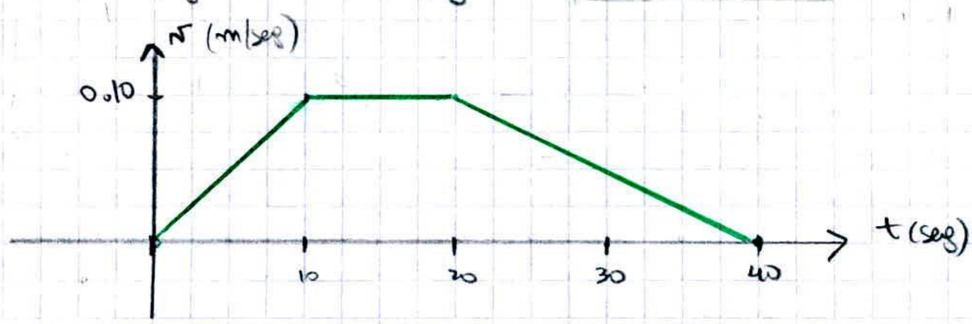
$\Sigma \vec{F} = m . \vec{a} \longrightarrow \Sigma \vec{F}_x = m\, \vec{a}_x \qquad \Sigma \vec{F}_y = m\, \vec{a}_y^{\,0}$

$-F_2 = m . a_2 = \frac{-F_1}{2} = -0{,}025 N \quad | \quad N = P$

$\rightarrow 5 kg . a_2 = -0.025\ kg \frac{m}{seg^2} \longrightarrow \boxed{a_2 = -0{,}005\ m/seg^2}$

$\rightarrow v(tf) = 0 = 0.10\ m/seg + a\ (tf - 20 seg) \rightarrow -0.10 \frac{m}{seg} = \overbrace{-0{,}005 \frac{m}{seg^2}}^{a} tf + 0{,}1 \frac{m}{seg}$

$\rightarrow 0{,}005\ m/seg^2\ tf = 0{,}2\ m/seg \rightarrow \boxed{tf = 40\ seg}$



Dinám. pto mat

b) Calcular el tiempo que tarda en llegar al reposo

calculado en a) $\rightarrow$ $\boxed{t = 40\ seg}$ ✓

c) ¿cuánto se desplazó el cuerpo durante el primer intervalo de 10 seg?

$$x_{(t)} = \overset{0}{\widehat{x_0}} + \overset{0}{\widehat{v_0 t}} + \frac{a}{2} t^2 \rightarrow x_{(t)} = \frac{0{,}01\ m/seg^2}{2} \cdot t^2$$

$$x_{(10)} = \frac{0{,}01}{2} \frac{m}{\cancel{seg^2}} \cdot 10^2\ \cancel{seg^2} = 0{,}50\ m \qquad \boxed{x_{(10)} = 0{,}50 m = 50 cm}$$ ✓

d) ¿cuál es la distancia total recorrida por el cuerpo?

$$x_{(t)} = \begin{cases} 0{,}005\ m/seg^2\ t^2 & si\ 0 \leq t \leq 10\ seg \\ x_{(10)} + 0{,}10 \frac{m}{seg} \cdot (t-10) & si\ 10 < t \leq 20\ seg \\ x_{(20)} + 0{,}10 \frac{m}{seg} (t-20) - \frac{0{,}005}{2} \frac{m}{seg^2} (t-20)^2 & si\ t > 20\ seg \end{cases}$$

$$x_{(10)} = 0{,}005 \frac{m}{seg^2} \cdot 10^2\ seg^2 = 0{,}5\ m$$

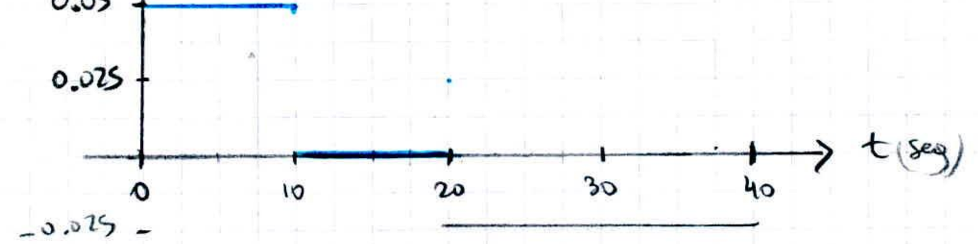
$$x_{(20)} = 0{,}5 m + 0{,}10 \frac{m}{\cancel{seg}} (20-10) \cancel{seg} = 1{,}5\ m$$

$$x_{(tf)} = x_{(40)} = 1{,}5 m + 0{,}10 \frac{m}{\cancel{seg}} (40-20) \cancel{seg} - \frac{0{,}005}{2} \frac{m}{\cancel{seg^2}} (40-20)^2 \cancel{seg^2} = 2{,}5 m$$

$$\boxed{x_{(tf)} = 2{,}5\ m = 250\ cm}$$ ✓

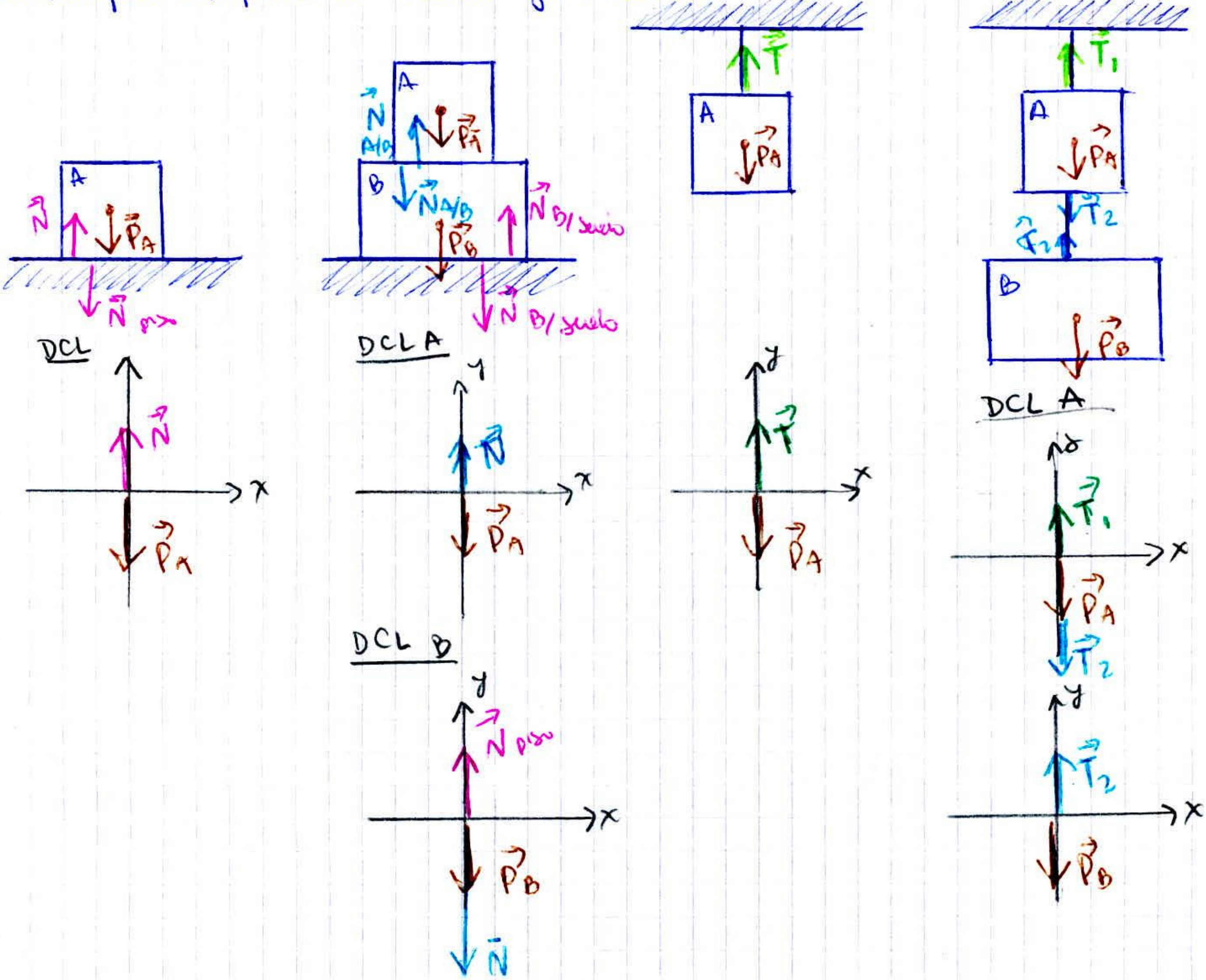
e) Hallar el valor de las fuerzas en cada tramo. Graficar $F = F(t)$

hallados en a) : $\boxed{\vec{F}_1 = 0{,}05\ N}$ $\boxed{\vec{F}_2 = 0{,}025\ N}$



2.

⑤ Para los bloques de las figuras en equilibrio y apoyados sobre el piso, dibuje todas las fuerzas aplicadas.
Idem para los cuerpos suspendidos.
Indique los pares de acción y reacción



⑥ Si la acción y la reacción son siempre iguales en magnitud y sentido opuesto ¿por qué no se anulan mutuamente de modo que no quede fuerza para acelerar un cuerpo? Piense en el caso de un hombre empujando una carretilla.

Esas fuerzas actúan sobre distintos cuerpos.

(7) La masa de un cierto objeto es m.

a) ¿cuál sería su masa si se llevase al planeta Marte?

la misma $\Rightarrow m$

b) ¿es válida en Marte la expresión $F = m \cdot a$?

Sí

c) La segunda Ley de Newton se puede escribir en la forma $F = (|Q| / |g|) \cdot a$ siendo Q el peso del objeto en la tierra ¿sería esta expresión válida en el planeta Marte?

No. La Q debería variar en función de g

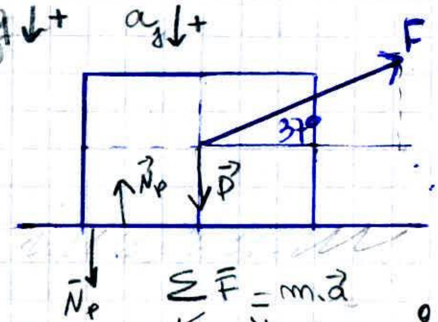
d) Si un sabio marciano suspende el kilómetro patrón de un dinamómetro de resorte calibrado correctamente en la tierra ¿indicaría el dinamómetro 1 kgf?

No

---

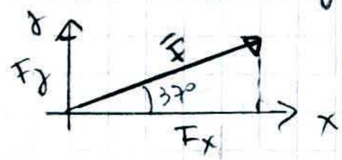
(8) Un globo está descendiendo con una aceleración constante a hacia abajo, menor que la aceleración de la gravedad g. El peso del globo con su barquilla y contenido es Q. Sabiendo que por el principio de Arquímedes para un cuerpo sumergido en un fluido (el aire), el globo está sometido a una fuerza de empuje F que siempre está dirigida hacia arriba.
Calcular el peso q de lastre que debe abandonarse para que el globo comience a acelerar hacia arriba con aceleración constante a.
Despreciar en este caso la fuerza de rozamiento producida por el aire

(9) El paquete de la figura de peso 50 N se encuentra apoyado sobre un piso horizontal sin rozamiento. Se le aplica una fuerza de 40 N en la dirección indicada.
Determinar:



a) la fuerza de vínculo (reacción del plano)

$\vec{P} = 50\,N = m \cdot g \longrightarrow m = 5\,kg$



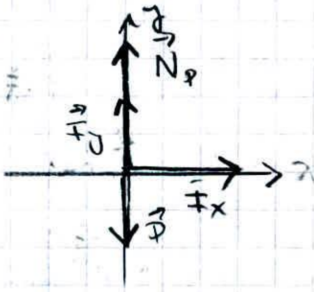
$F_x = |F| \cdot \cos(37°) = 32\,N$

$F_y = |F| \cdot \operatorname{sen}(37°) = 24\,N$

$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

① $\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_x$ ② $\sum \vec{F}_y = m \cdot \vec{a}_y$ (0)

DCL:



① $\vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_x$

$F_x = m \cdot a$

② $\vec{N}_p + \vec{F}_y - \vec{P} = m\vec{a}_y$

$N_p + 24\,N - 50\,N = 0$

$\boxed{N_p = 26\,N}$

b) la aceleración del cuerpo

$F_x = m \cdot a \longrightarrow 32\,kg\,\frac{m}{seg^2} = 5\,kg \cdot a \rightarrow \boxed{a = 6{,}4\ m/seg^2}$

c) repetir el problema considerando que la fuerza aplicada es de 100 N ¿el vector a tiene la misma dirección y sentido que el vector F? Explique

$\vec{P} = 50\,N \rightarrow m = 5\,kg$ $\quad F_x = 80\,N \quad F_y = 60\,N$

$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_x \qquad \sum \vec{F}_y = m \cdot \vec{a}_y$

$F_x = m \cdot a_x$

$80\,N = 5\,kg\ a_x$

$\boxed{a_x = 16\ m/seg^2}$

$F_y + N_p - P = m \cdot a_y$

?

$60\,N + N_p - 50\,N = 0$

¿$a_y = 0$?

$N_p = -10\,N$ Absurdo

¿$a_y < 0$?

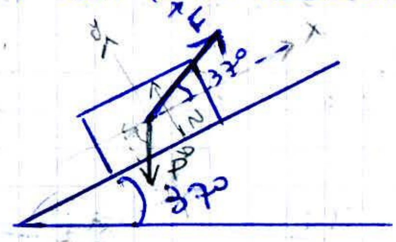
N_p no existe

$10\,N = 5\,kg\ a_y$

$2\,\frac{m}{seg^2} = a_y$

$\boxed{\vec{a} = 16\ m/seg^2\ \hat{i} + 2\ m/seg^2\ \hat{j}}$

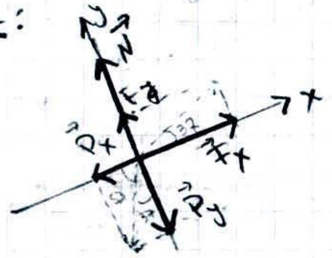
(15) Un bloque de peso 600 N, desciende sobre un plano inclinado sin rozamiento de 37° de inclinación respecto de la horizontal. En el instante en que la velocidad es de 5 m/seg, se ejerce una fuerza módulo 500 N formando un ángulo de 37° con la dirección del plano como muestra la figura.



a) Hallar la aceleración del bloque

$\vec{P} = m . \vec{g} \rightarrow \vec{P} = m . 10 \frac{m}{seg^2} \rightarrow \boxed{m = 60\ kg}$

DCL:



$v_0 = -5\ m/seg$

$\vec{F} = 500\ N$

$F_x = 500\ N . \cos(37°)$

$\boxed{F_x = 400\ N}$

$\vec{v}\ 37°$

$\vec{F}\ 37°$

$\Sigma \vec{F} = m . \vec{a}$

• $\Sigma \vec{F}_x = m \vec{a}_x$ • $\Sigma \vec{F}_y = m \vec{a}_y$

$F_x - P_x = m . a_x$ | $N + F_y - P_y = 0$

$\vec{P} = 600\ N \rightarrow P_x = P . \cos(53) = P \operatorname{sen}(37) = 360\ N = P_x$

$\rightarrow F_x - P_x = m . a_x \longrightarrow 400\ N - 360\ N = 60\ kg\ a \rightarrow \boxed{a = 0{,}667\ m/seg^2}$ ✓

hacia arriba s/plano

b) Hallar el valor de la reacción del plano

$F_y = F \operatorname{sen}(37) = 300\ N = F_y$

$P_y = P \operatorname{sen}(53°) = 480\ N = P_y$

$\Big\} N + \overset{300 N}{F_y} - \overset{480}{P_y} = 0 \rightarrow \boxed{\vec{N} = 180\ N}$

c) ¿cuánto debería valer F para que siga descendiendo con la velocidad constante de 5 m/seg?

Para que siga descendiendo a velocidad constante $\rightarrow a_x = 0$

$\rightarrow F_x - P_x = \overset{m . a_x^0}{0} \longrightarrow F_x = P_x \rightarrow F_x = 360\ N$

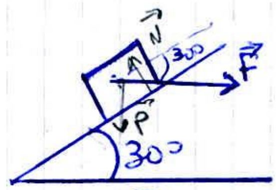
$F_x = F . \cos(37°) \longrightarrow F = \frac{F_x}{\cos(37°)} = \frac{360\ N}{0{,}8} = 450\ N$

$\boxed{F = 450\ N}$

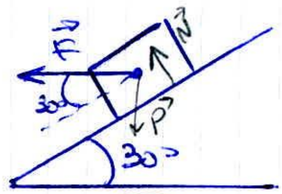
(11) Un cuerpo de masa 40 kg se encuentra apoyado sobre un plano inclinado sin rozamiento de 30° de inclinación respecto de la horizontal. Sobre éste se ejerce una fuerza de 300 N formando un ángulo de 30° con la línea del plano.
Para cada caso, hallar:

a) la aceleración del bloque

$m = 40\ kg \qquad P = 400\ N$
$\qquad\qquad\qquad F = 300\ N$

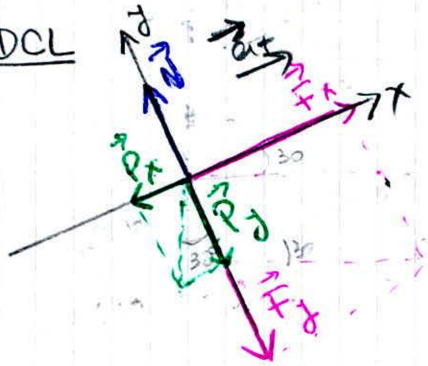


(I)



(II)

(I) DCL



$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \longrightarrow \sum \vec{f}_x = m\vec{a}_x$

$F_x - P_x = m\,a_x$

$\vec{P} = 400\ N$

$P_x = \underbrace{400\ N \operatorname{sen}(30)}_{200\ N}$

$260\ N - 200\ N = 40\ kg.\ a_x$

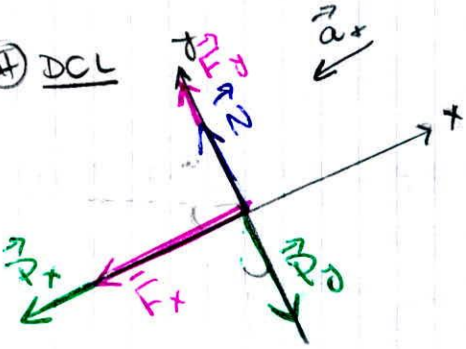
$\boxed{a_{I} = 1{,}50\ m/seg}$ ✓

$F_x = \underbrace{300\ N \times \cos(30)}_{260}$

$\longrightarrow \sum \vec{f}_y = m.\vec{a}_y$

$\boxed{\vec{N} - \vec{P}_y - \vec{F}_y = 0}$

(II) DCL



• $\sum \vec{f}_x = m\,\vec{a}_x$

$-\vec{F}_x - \vec{P}_x = m(-a)$

$F_x + P_x = m.\ a$

$260\ N + 200\ N = 40\ kg.a$

$\boxed{11{,}5\ m/seg^2 = a_{II}}$ ✓

• $\sum \vec{f}_y = 0$ (pues $\vec{a}_y = 0$)

$\boxed{\vec{F}_y + \vec{N} = \vec{P}_y}$

$\vec{P} = 400\ N$
$P_x = \cos(60)\ 400\ N$
$P_x = 200\ N$

$\vec{F} = 300\ N$
$\vec{F}_x = \cos(30)\ 300\ N$
$F_x = 260\ N$

b) Las reacciones normales al plano

(I) $\sum \vec{f}_x = 0 \rightarrow N = P_y + F_y = 400 \cos(30)\ N + 300\ N \operatorname{sen}(30)$

$\boxed{N_{I} = 496\ N}$ ✓

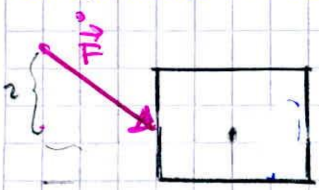
(II) $\sum \vec{F}_x = 0 \rightarrow N = P_y - F_y = 400\ N \cos(30) - 300\ N \operatorname{sen}(30)$

$\boxed{N_{II} = 196\ N}$

(12) Un cuerpo de 0,5 kg que se halla en reposo sobre un plano horizontal (x,y) sin rozamiento, se somete a la sig. Fuerza:

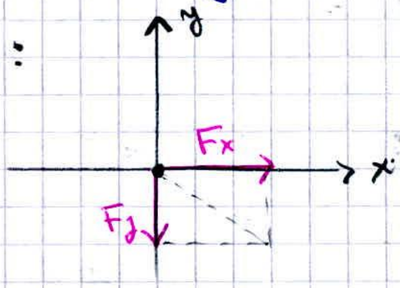
$$\vec{F} = (3\,\check{i} - 2\,\check{j})\ N$$

Encuentre la velocidad después de 10 seg.



DCL:

$m = 0{,}5\,kg$



$\Sigma \vec{F} = m.\vec{a}$

- $\Sigma \vec{F}_x = m.\vec{a}_x$
- $\Sigma \vec{F}_y = m.\vec{a}_y$

- en x: $F_x = m.a_x = 3N = 0.5\,kg\,a_x \rightarrow a_x = 6\ m/seg^2$
- en y: $F_y = m.a_y = -2N = 0{,}5\,kg\,a_y \rightarrow a_y = -4\ m/seg^2$

$$\vec{a} = (6\,\check{i} - 4\,\check{j})\ m/seg^2$$

$v_0 = 0\,m/seg \rightarrow v_{0x} = 0\,m/seg$

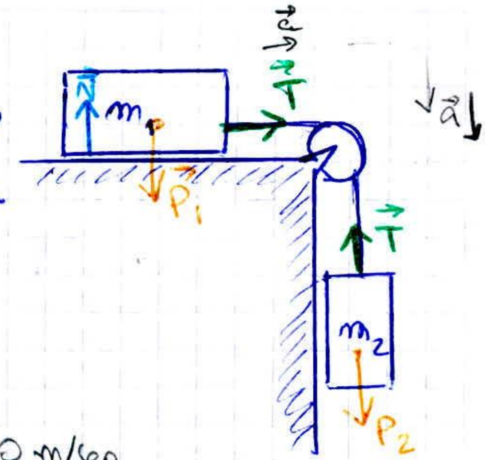
$v_{0y} = 0\,m/seg$

$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t \rightarrow \vec{v}_F = \vec{v}(t_F) = \vec{a}\,.\,t_F$

$t_F = 10\,seg \rightarrow \vec{v}_F = (6\,\check{i} - 4\,\check{j})\frac{m}{seg^2}.10\,\cancel{seg} = (60\,i - 40\,j)\ m/seg$

$$\boxed{\vec{v}_F = (60\,\check{i} - 40\,\check{j})\ m/seg}$$ ✓

(13) Determinar el módulo de la aceleración de cada cuerpo y las fuerzas ejercidas por la cuerda que une el sistema de dos bloques de la figura.
No existe rozamiento y la polea y la cuerda tienen masas despreciables.



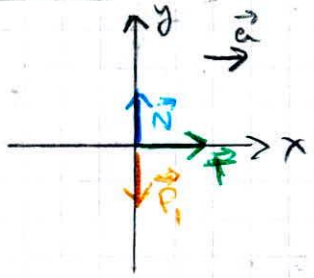
El sistema parte con $V_0 = 0\,m/seg$.

$m_1 = 40kg$. $\quad m_2 = 10kg$.

$\vec{P}_1 = m_1 \cdot \vec{g} \rightarrow \vec{P}_1 = 400\,N \qquad V_0 = 0\,m/seg$

$\vec{P}_2 = m_2\,\vec{g} \rightarrow \vec{P}_2 = 100\,N$

DCL (1)



$\Sigma\vec{F} = m_1\,\vec{a} \rightarrow \bullet\ \Sigma\vec{F}_x = m_1\,\vec{a}_x$ (A)

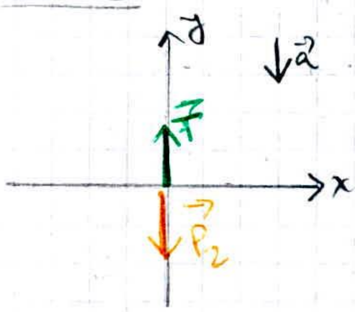
$\boxed{\vec{T} = m_1 \cdot \vec{a}_x} \rightarrow \boxed{T = m_1 \cdot a}$

$\bullet\ \Sigma\vec{F}_y = m_1\,\vec{a}_y$

$\vec{N} - \vec{P}_1 = m_1\,\overset{0\,m/seg^2}{a_y}$

$\boxed{\vec{N} = \vec{P}_1 = 400N}$

DCL (2)



$\Sigma F = m_2\,a \rightarrow \bullet\ \Sigma\vec{F}_x = m_2 \cdot \vec{a}_x$

$0 = m_2 \cdot ax \rightarrow ax = 0$ ✓

$\bullet\ \Sigma\vec{F}_y = m_2\,\vec{a}_y$

$\vec{T} - \vec{P}_2 = m_2(-a)$

$\boxed{P_2 - T = m_2 \cdot a}$ (B)

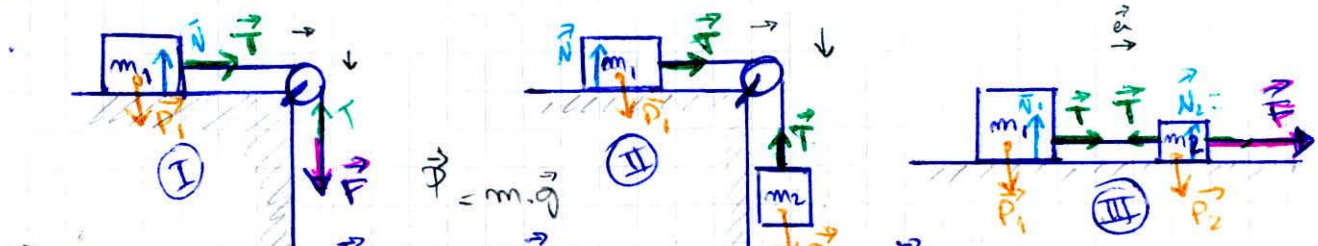
(A) y (B) $\rightarrow$ $\left.\begin{array}{l} T = m_1\,a \\ T = P_2 - m_2\,a \end{array}\right\}$ $m_1 \cdot a = P_2 - m_2 \cdot a$

$m_1\,a + m_2 \cdot a = P_2$

$a\,(\underbrace{m_1 + m_2}_{50kg}) = 100\,N$

$\rightarrow \boxed{a = 2\,m/seg}$ ✓

(14) Dados los sig. sistemas de dos cuerpos vinculados, sabiendo que los planos horizontales no presentan rozamiento:



$\vec{P} = m.\vec{g}$

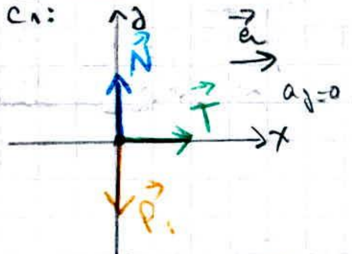
$\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}$ $\vec{P}_1 = 20N$ $\vec{P}_2 = 1N$ $\vec{F} = 1N$

$m_1 = 2kg$ $m_2 = 0,1 kg$

a) calcule la aceleración del cuerpo 1 en cada caso y compárelas.

DCL (I)

C_1:



$a_y = 0$

- $\Sigma\vec{F}x = m_1.\vec{a}_x$

$\boxed{T_{I} = m_1.a_{I}}$

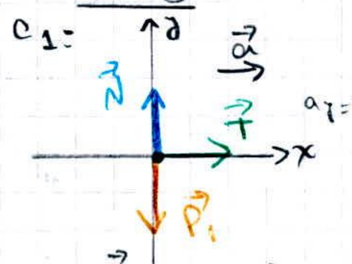
- $\Sigma\vec{F}_y = m_1\vec{a}_y$

$\vec{N} - \vec{P}_1 = m_1\overset{0}{\vec{a}_y}$

$\boxed{N = P_1} = 20N$

DCL (II)

C_1:



$a_y = 0$

- $\Sigma\vec{f}x = m_1.\vec{a}_x$

$\boxed{T_{II} = m_1.a}$

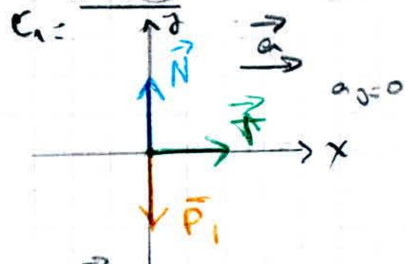
- $\Sigma\vec{f}_y = m_1.\vec{a}_y$

$\vec{N} - \vec{P}_1 = m_1\overset{0}{\vec{a}_y}$

$\boxed{N = P_1} = 20N$

DCL (III)

C_1:



$a_y = 0$

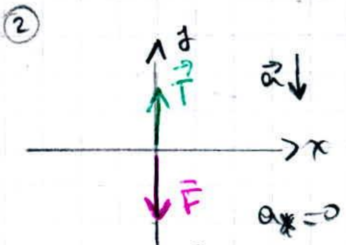
- $\Sigma\vec{f}_x = m_1.\vec{a}_x$

$\boxed{T_{III} = m_1 a}$ ⊗

- $\Sigma\vec{f}_y = m_1\vec{a}_y$

$\vec{N} - \vec{P}_1 = 0 \rightarrow \boxed{N_1 = P_1}$

(2)



$a_x = 0$

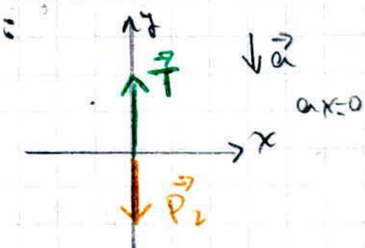
$\Sigma\vec{f}_y = \overset{0}{m_2}.a_y$

$\boxed{T_{I} = F}$ $\boxed{T_{I} = 1N}$

$T_{I} = 1N = \overset{2kg}{m_1}.a_{I}$

$\boxed{a_{I} = 0,5 m/seg^2}$ ✓

C_2:



$a_x = 0$

$\Sigma\vec{f}_y = m_2.\vec{a}_y$

$T_{II} - P_2 = m_2(-a)$

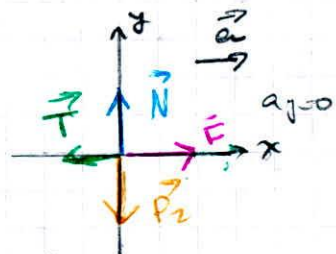
$\boxed{T_{II} = -m_2 a + P_2}$

$m_1.a = -m_2 a + P_2$

$\underset{2,1}{(m_1+m_2)}\, a = 1N$

$\boxed{a_{II} = 0,48 m/seg^2}$ ✓

C_2:



$a_y = 0$

$\Sigma\vec{f}_y = m_2.\vec{a}_y$

$N - P_2 = m_2.\overset{0}{a_y}$

$\boxed{N_2 = P_2}$

- $\Sigma\vec{f}_x = m_2.\vec{a}_x$

$F - T = m_2.a$

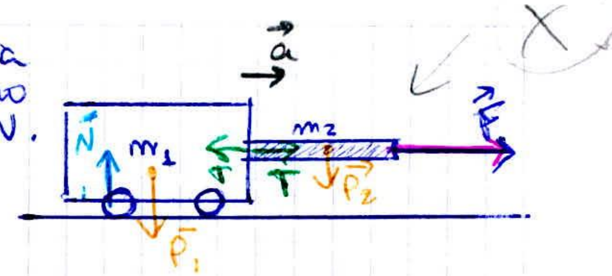
$\boxed{T_{III} = F - m_2 a}$ ⊙

$m_1 a = -m_2 a + F \rightarrow \boxed{a = 0,48 \frac{m}{s^2}}$ ✓

b) Hallar, en cada caso, la tensión de la cuerda

$\boxed{T_{I} = 1N}$ ✓, $\boxed{T_{II} = 0,96 N}$ ✓; $\boxed{T_{III} = 0,96 N}$ ✓

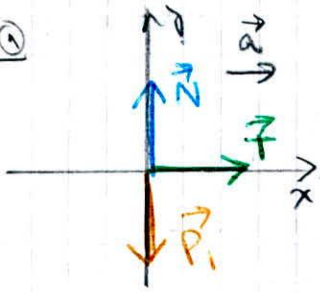
(15) Un carrito de masa 400 g. se encuentra unido a una barra de masa 50 g. Del extremo de dicha barra se tira con una fuerza de 1 N. Hallar, despreciando rozamientos:



a) La aceleración del sistema

$m_1 = 400\ g = 0{,}4\ kg \qquad m_2 = 50\ g = 0{,}05\ kg \qquad \vec{F} = 1\ N$

DCL ①



- $\sum \vec{F_x} = m_1 \vec{a_x}$

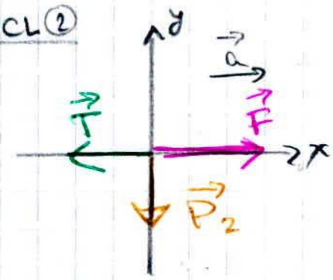
$\boxed{T = m_1 . a}$

- $\sum \vec{F_y} = m_1 . \vec{a_y}$

$N - P_1 = 0$

$\boxed{N = P_1}$

DCL ②



- $\sum \vec{F_x} = m_2 \vec{a_x}$

$F - T = m_2 . a$

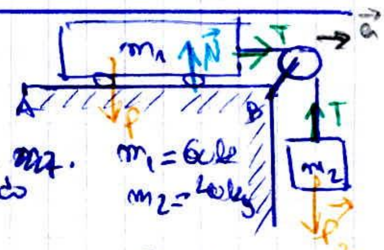
$\boxed{T = F - m_2 . a}$

$$\left.\begin{array}{l} T = m_1 \, a \\ T = F - m_2 \, a \end{array}\right\} \rightarrow m_1 \, a = F - m_2 \, a \rightarrow \underbrace{F}_{1N} = a \underbrace{(m_1 + m_2)}_{0{,}45} \rightarrow \boxed{a = 2{,}22\ m/s^2}$$ ✓

b) La componente horizontal de la fuerza de unión entre la barra y el bloque

$$T = m_1 . a = 0{,}4\ kg \times 2{,}22\ m/seg^2 = 0{,}889\ N \rightarrow \boxed{\vec{T} = 0{,}89\ N}$$ ✓

(16) Un cuerpo de masa m_1 en el instante que muestra la figura se encuentra desplazándose hacia la izq. con una velocidad de 1 m/seg sobre la sup. AB, horizontal y sin rozamiento. Está vinculado por una soga de masa despreciable, con otro cuerpo de masa m_2. Admitiendo que la masa de la polea es despreciable:
Hallar:

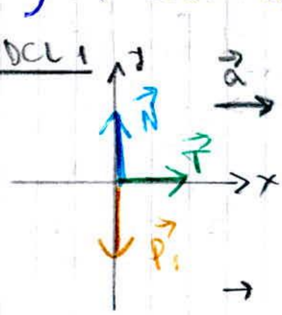


$\leftarrow V_1 = 1\ m/seg$

a) la aceleración de ambos cuerpos

$P_1 = 600\ N \qquad P_2 = 400\ N$

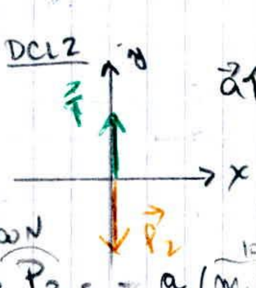
DCL 1



en x: $\boxed{T = m_1 (a)}$

en y: $\boxed{N = P_1}$

DCL 2



$\vec{a}\uparrow$ en y: $T - P_2 = m_2 a$

$\boxed{T = P_2 + m_2 a}$

$$\rightarrow m_1 (a) = P_2 + m_2 a \rightarrow \underbrace{P_2}_{400\ N} = -a \underbrace{(m_1 + m_2)}_{100\ kg} \rightarrow \boxed{a = 4\ m/seg^2}$$

b) El módulo de la fuerza ejercida por la soga.

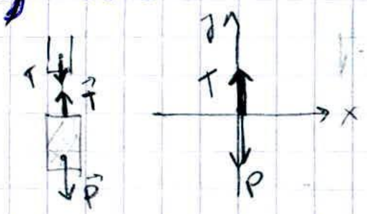
$$T = m_1 . (-a) = 60\ kg . 40\ m/seg^2 = 240\ N \qquad \boxed{T = 240\ N}$$ ✓

(17) Un cuerpo cuyo peso es de 20 N está colgado de un dinamómetro fijo al techo de un ascensor.
Determine cuánto marcará el dinamómetro en cada uno de los sig. casos:

a) El ascensor está quieto

$\boxed{\vec{F} = 20N}$ ✓

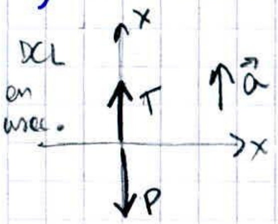
b) El ascensor asciende con una velocidad constante de módulo 2 m/s



$\Sigma \vec{F}_y = m . \vec{a}$, v cte $\rightarrow$ a = 0

$\boxed{\vec{F} = 20N}$ ✓

c) El ascensor asciende con una aceleración constante de módulo 2 m/s²



$\Sigma \vec{F}_y = m . \vec{a}$ $\quad \bar{a} = 0 m/seg^2 \, \breve{i} + 2 m/seg^2 \, \breve{j}$

$T - P = m . a$ $\quad P = m |g| = 20N = m \, 10 \frac{m}{seg^2} \rightarrow m = 2kg$

$T = P + m.a = 20N + 2k \, 2 m/seg^2 = \boxed{24N = T}$ ✓

d) El ascensor asciende con un mov. uniformemente desacelerado de mód 2 m/seg²

$a = -2 m/seg^2$ $\quad \Sigma \vec{F}_y = m . \vec{a}_y \rightarrow T - P = m.a \rightarrow T = 20N - 4N = \boxed{16N = T}$ ✓

e) El ascensor desciende con un mov. unif. desacelerado de módulo 2 m/seg²

$\Sigma \vec{F}_y = m . \vec{a}_y$ $\quad \uparrow \vec{a} + \quad \downarrow v$

$a = -2 m/seg^2$ $\quad T - P = m . \underbrace{(-a)}_{\text{desciende}} \rightarrow T = P - m.a$

$\rightarrow T = 20N - 2kg \, (-2 m/seg^2) = \boxed{24N = T}$ ✓

f) El asc. desciende con una aceleración constante de mód. 2 m/seg²

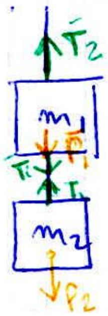
$a = 2 m/seg^2$ $\quad T - P = m \, \overset{desc.}{(-a)} \rightarrow T = P - m.a = 20N - 2kg . 2 m/seg^2 =$

$\boxed{T = 16N}$ ✓

g) el asc. desciende en caída libre

$\boxed{T = 0N}$ ✓

(18) Una masa de 100 g. se cuelga de un hilo y de la parte inferior de ésta se cuelga otra masa de 200 gr. por medio de un segundo hilo.



Encontrar las fuerzas ejercidas por ambos hilos, si las masas:

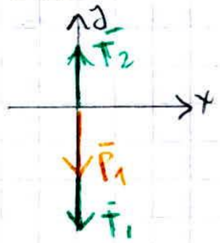
a) permanecen en reposo

$P = m.g \quad , g = 10 \, m/s^2$

$m_1 = 100 \, gr = 0.1 \, kg \rightarrow P_1 = 1 \, N$

$m_2 = 200 \, gr = 0.2 \, k \rightarrow P_2 = 2 \, N$

DCL 1



$\sum \vec{F}_y = m_1 \vec{a}_y$, $\vec{a}_y = 0$

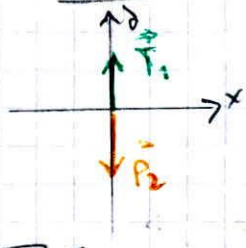
$T_2 - P_1 - T_1 = 0$

$\boxed{T_2 - T_1 = 1 \, N}$

$T_2 = 1N + \overset{2N}{T_1} = 3N$

$\boxed{T_2 = 3N}$

DCL 2



$\sum \vec{F}_y = 0$

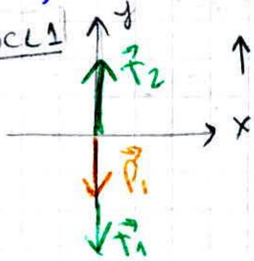
$T_1 - P_2 = 0$

$T_1 = P_2$

$\boxed{T_1 = 2 \, N}$

b) Se desplazan hacia arriba con un mov. unif. acelerado de mód. 1 m/seg²

DCL1



$\uparrow \vec{a} \quad \bar{a} = 0 \frac{m}{s^2} \, \hat{i} + 1 \frac{m}{seg^2} \, \hat{j}$

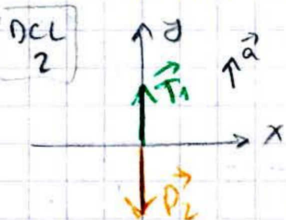
$T_2 - P_1 - T_1 = m_1 . a$

$T_2 = P_1 + T_1 + m_1 a$

$T_2 = 1N + 2{,}2N + \underbrace{0.1 \, kg . 1 m/seg^2}_{0.1N}$

$\boxed{T_2 = 3{,}3 \, N}$

DCL 2



$T_1 - P_2 = m_2 . a$

$T_1 = P_2 + m_2 \, a$

$T_1 = 2N + \underbrace{0.2 kg \; 1 m/seg^2}_{0.2N}$

$\boxed{T_1 = 2{,}2 \, N}$

c) Se desplazan hacia arriba con un mov. unif. desacelerado de mód. 1 m/s²

$\uparrow \vec{a} \quad \vec{a} = -1 m/seg^2 \, \hat{j}$

(m1)

$T_2 - P_1 - T_1 = m_1 . a$

$T_2 = P_1 + T_1 + m_1 . a$

$T_2 = 1N + 1{,}8N + 0{,}1 kg (-1 m/s^2)$

$\boxed{T_2 = 2{,}7 \, N}$

(m2)

$T_1 - P_2 = m_2 . a$

$T_1 = P_2 + m_2 . a =$

$= 2N + 0.2 k (-1 m/s^2)$

$\boxed{T_1 = 1{,}8 N}$

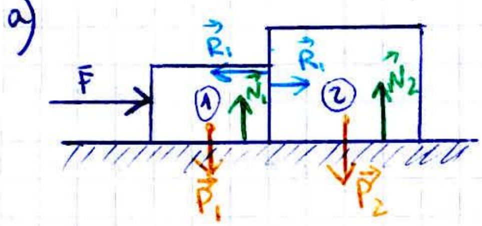
d) Se dejan caer libremente

caída libre $\rightarrow \boxed{T_1 = T_2 = 0 \, N}$

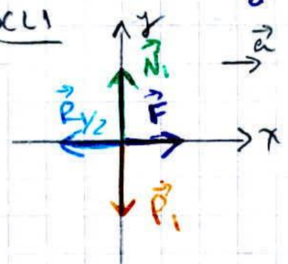
(19) Los dos bloques de las figuras a) y b) se encuentran apoyados sobre una sup. horizontal sin rozamiento y en contacto.
Si se le aplica una fuerza F como se indica en cada una de ellos, hallar la fuerza que el bloque 1 ejerce al 2 en cada caso.

Datos: $\vec{F} = 20N$ $m_1 = 2\,kg$ $m_2 = 3\,kg$ $P_2 = 30N$
$P_1 = 20N$

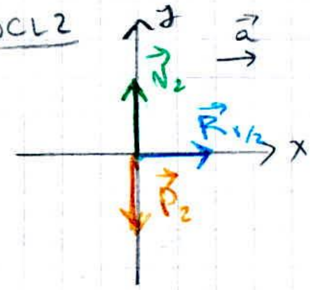
a)



DCL1



DCL2

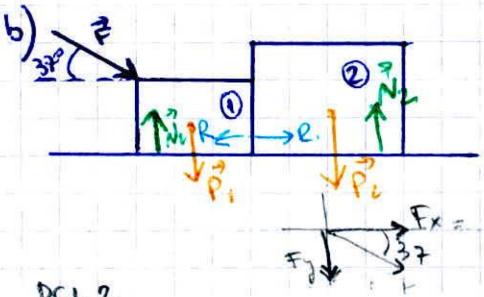


DCL1
$$\Sigma \vec{F} = m_1 . \vec{a}$$
$$\Sigma \vec{f}_x = m_1 . \vec{a}_x \qquad \Sigma \vec{F}_y = m_1 \vec{a}_y$$
$$F - R_{1/2} = m_1 . a \qquad \boxed{N_1 = P_1 = 20\,N}$$
$$R_{1/2} = F - m_1 a$$

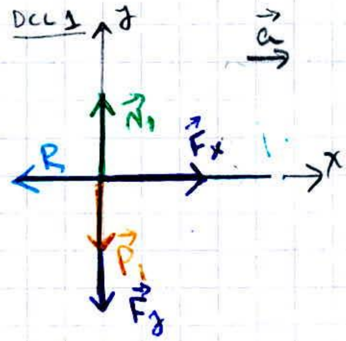
DCL2
$$\Sigma \vec{F} = m_2 \vec{a}$$
$$\Sigma \vec{f}_x = m_2 \vec{a}_x \qquad \Sigma \vec{f}_y = m \vec{g}$$
$$\boxed{N_2 = P_2 = 30\,N}$$
$$R_{1/2} = m_2 a$$
$$F - m_1 a = m_2 a \rightarrow F = m_1 a + m_2 a$$
$$F = (m_1 + m_2)\, a$$
$$20N = (2kg + 3kg)\, a$$
$$\boxed{a = 4\,m/seg^2}$$

$$R_{1/2} = F - m_1 . a = 20\,N - 2kg\; 4\,m/seg^2 = 12\,N$$
$$\boxed{R_{1/2} = 12\,N}$$

b)

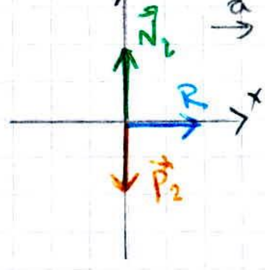


DCL1



$$\Sigma \vec{F} = m_1 . \vec{a}$$
$$\bullet\ \Sigma \vec{f}_y = 0$$
$$N_1 - P_1 - F_y = 0$$
$$N_1 = P_1 + F_y = 20N + 20\,N \cos 53$$
$$\boxed{N_1 = 32\,N}$$
$$\bullet\ \Sigma \vec{F}_x = m . \vec{a}_x$$
$$F_x - R = m_1 a$$
$$\boxed{R = F_x - m_1 . a}$$
$$F_x = F . \cos 37 = 16\,N$$

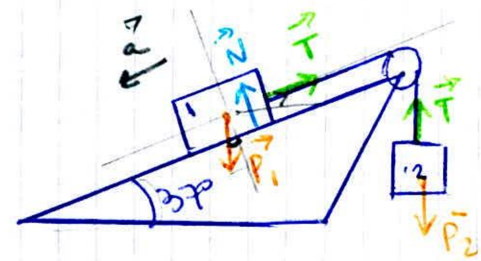
DCL2



$$\bullet\ \Sigma \vec{f}_y = 0$$
$$\boxed{N_2 = P_2 = 30\,N}$$
$$\bullet\ \Sigma \vec{F}_x = m_2 . \vec{a}_x$$
$$\boxed{R = m_2 . a} \rightarrow F_x - m_1 a = m_2 a$$
$$F_x = a(m_1 + m_2)$$
$$\rightarrow a = \frac{F_x}{m_1 + m_2} = \frac{16N}{5kg} = 3{,}2\,m/seg^2 = a$$

$$R = m_2 . a = 3kg \times 3{,}2\,m/seg^2$$
$$\boxed{R = 9{,}6\,N}$$

(20) En el sistema de dos bloques de la figura, el bloque 1 descansa sobre el plano inclinado sin rozamiento.
Partiendo los bloques con velocidad inicial nula y despreciando las masas de la polea y de las cuerdas, determinar:



a) el módulo de la aceleración de cada cuerpo

$m_1 = 40\,kg \qquad m_2 = 10\,kg$

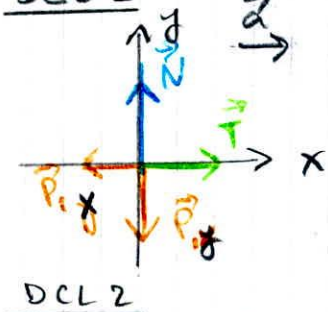
$\vec{P}_1 = 400\,N \qquad \vec{P}_2 = 100\,N$

$P_{1x} = \operatorname{sen} 37 \times 400 = 240\,N$

$P_{1y} = \cos 37 \times 400 = 320\,N$

$\Sigma \vec{F} = m.\vec{a}$

DCL 1



• $\Sigma \vec{F}_x = m_1 . \vec{a}_x$

$T - P_{1x} = m_1 . a$

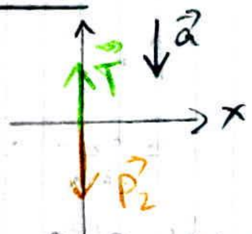
$\boxed{T = 240\,N + m_1 . a}$ (I)

• $\Sigma \vec{F}_y = m . \vec{a}_y$

$N - P_{1y} = 0$

$N = P_{1y} = 320\,N$

DCL 2



• $\Sigma \vec{F}_y = m_2 \vec{a}_y$

$T - P_2 = - m_2\, a$

$\boxed{T = 100\,N - m_2 a}$ (II)

x (I) y (II) $\rightarrow$ $240\,N + m_1 a = 100\,N - m_2 a \rightarrow 140\,N = -\underbrace{(m_1 + m_2)}^{50\,kg} a \rightarrow a = -2{,}8\,m/s^2$

$\boxed{|a| = 2.8\,m/seg^2}$ ✓

b) Las fuerzas ejercidas por las cuerdas

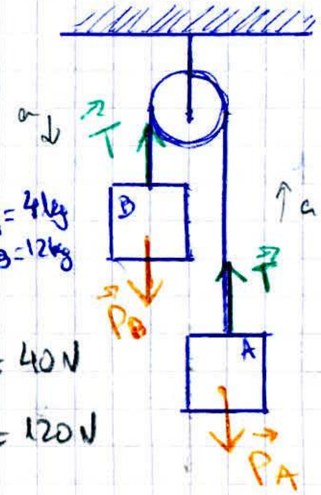
$T = 100\,N - m_2 . a = 100\,N - 10\,kg . (-2.8\,m/seg^2) = \boxed{128\,N = T}$ ✓

c) La fuerza que el plano inclinado ejerce sobre el bloque 1

calculado en a) $\boxed{N = 320\,N}$ ✓

dinám. pto mat.

(21) Dos cuerpos A y B de masas 4 kg y 12 kg respectivamente están unidos por una cuerda de masa despreciable que pasa a través de una polea sin rozamiento (máq. de Atwood)



$m_A = 4\,kg$
$m_B = 12\,kg$

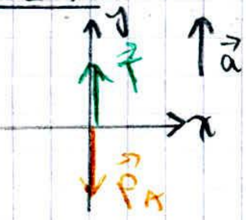
$P_A = 40\,N$

$P_B = 120\,N$

Calcular:

a) el módulo de la aceleración de cada cuerpo

DCL A

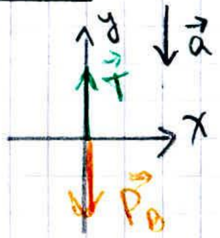


$\Sigma \vec{F}_y = m_A \cdot \vec{a}_y$

$T - P_A = m_A \cdot a$

$\boxed{T = P_A + m_A \cdot a}$ (I)

DCL B



$\Sigma \vec{F}_y = m_B\, \vec{a}_y$

$T - P_B = m_B\,(-a)$

$\boxed{T = P_B - m_B \cdot a}$ (II)

(I) y (II):

$P_A + m_A \cdot a = P_B - m_B \cdot a$

$a(\underbrace{m_A}_{4\,kg} + \underbrace{m_B}_{12\,kg}) = \underbrace{P_B}_{120\,N} - \underbrace{P_A}_{40\,N}$

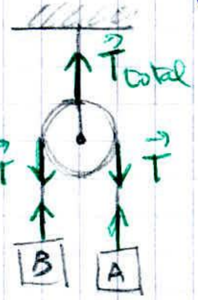
$a\,16\,kg = 80\,N$

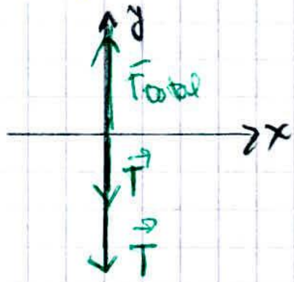
$\rightarrow \boxed{a = 5\,m/seg^2}$ ✓

b) La fuerza que soporta la cuerda que une los dos cuerpos

$T = P_B - m_B \cdot a = 120\,N - 12\,kg \cdot 5\,m/seg^2 = \boxed{60\,N = T}$ ✓

c) La fuerza que soporta la cuerda que une la polea con el techo





$a = 0\,m/s^2$

$\Sigma \vec{F}_y = 0$

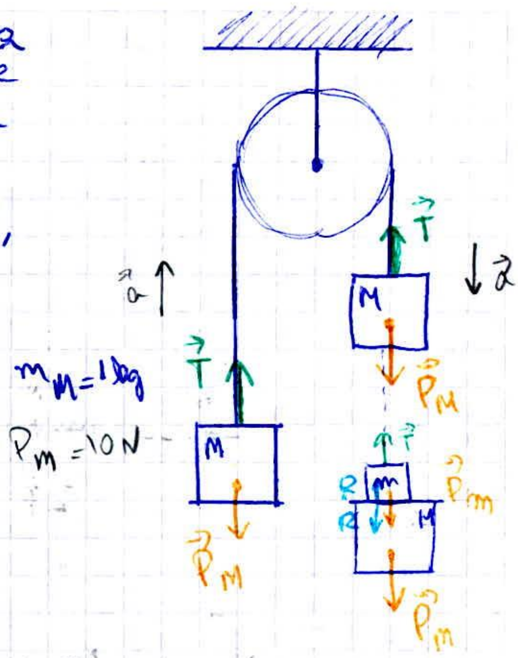
$T_{total} - T - T = 0 = T_{total} - 2\underbrace{T}_{60\,N}$

$\boxed{T_{total} = 120\,N}$ ✓

d) ¿Qué condición deberían cumplir las masas A y B para que el valor calculado en c) sea igual a la suma de sus peso?

Pesar lo mismo $\rightarrow$ $\boxed{m_A = m_B}$ ✓

(22) En el sistema de dos cuerpos de la figura que se encuentra inicialmente en reposo, se comprueba que si se agrega una carga m, los bloques recorren 2 m en 2 seg.
Sabiendo que el valor de M es de 1 kg, hallar,



a) el valor de m

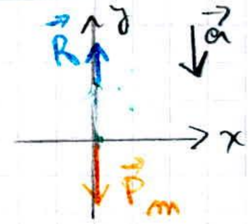
DCL M

$\bullet\ \sum \vec{F}_y = m_M \vec{a}_y$

$T - P_M = m_M \cdot a$

$\boxed{T = P_M + m_M \cdot a}$ (I)

DCL m (apoyado en M)

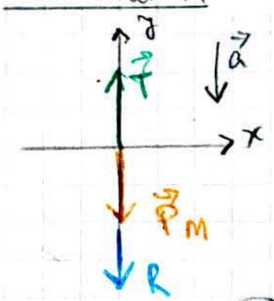


$\downarrow \vec{a}$ $\bullet\ \sum \vec{F}_y = m_m \vec{a}_y$

$R - P_m = m_m (-a)$

$\boxed{R = P_m - m_m\, a}$ (II)

DCL M con m



$\downarrow \vec{a}$ $\bullet\ \sum \vec{F}_y = m_M \cdot \vec{a}_y$

$T - P_M - R = m_M (-a)$

$\boxed{T = P_M + R - m_M\, a}$ (III)

Hallé aceleración

$\bullet\ y_{(t)} = \overset{0}{y_0} + \overset{0}{v_0 t} + \dfrac{a}{2} t^2$

$y_{(2)} = 2\,m = \dfrac{a}{2} \cdot 2^2 = 2a$

$\boxed{a = 1\,m/seg^2}$

(I) $T = P_M + m_M \cdot a = 10N + \underbrace{1kg\, 1\dfrac{m}{seg^2}}_{1N}$

$\boxed{T = 11N}$

(III): $R = \overset{11N}{T} - \overset{10N}{P_M} + \overset{1N}{m_M\, a} = 2 \rightarrow \boxed{R = 2N}$

(II): $2\,N = m_m \cdot \overset{g}{10\,m/seg^2} - m_m \cdot 1\,m/seg^2 = m_m\, (\overset{9}{10 - 1})\, m/seg^2$

$\rightarrow m_m = \dfrac{2N}{9\,m/seg^2} = \boxed{0{,}22\,kg = m_m}$ ✓

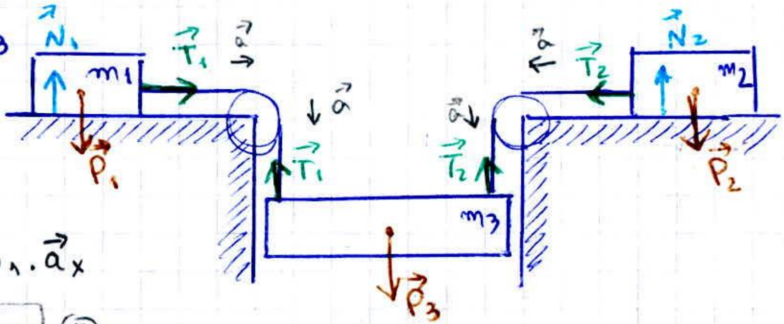
b) la velocidad alcanzada al descender 2 m $\rightarrow t = 2$ seg

$v_{(t)} = \overset{0}{v_0} + a t = 1\,m/_{seg^2} \cdot t \rightarrow v_{(2)} = 1\dfrac{m}{seg^2} \cdot 2\,seg = 2\,m/seg$

$\boxed{v_{(2)} = 2\,m/seg}$ ✓

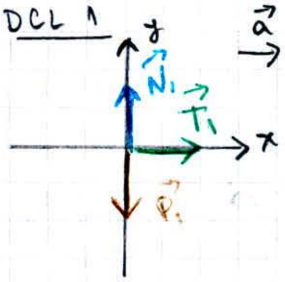
(23) Si las fuerzas de fricción son despreciables y considerando despreciables la masa de la polea y la de las cuerdas. Determinar:

a) la aceleración del bloque m_3



$m_1 = 5\ kg \rightarrow P_1 = 50\ N$
$m_2 = 15\ kg \rightarrow P_2 = 150\ N$
$m_3 = 30\ kg \rightarrow P_3 = 300\ N$

DCL 1

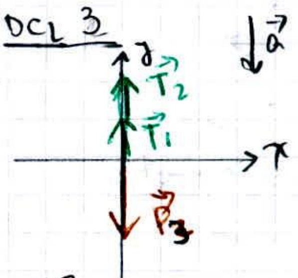


• $\sum \vec{F}_x = m_1 . \vec{a}_x$

$\boxed{T_1 = m_1\, a}$ (I)

• $\sum \vec{F}_y = 0 \rightarrow N_1 = P_1 = 50\,N$

DCL 3

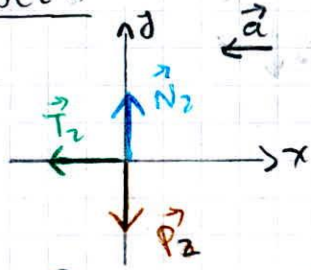


• $\sum \vec{F}_x = m_3\, \vec{a}_x^{\,0}$

• $\sum \vec{F}_y = m_3 . \vec{a}_y$

$\boxed{T_2 + T_1 - P_3 = m_3\,(-a)}$ (II)

DCL 2



• $\sum \vec{F}_x = m_2\, \vec{a}_x$

$-T_2 = m_2\,(-a) \rightarrow \boxed{T_2 = m_2\, a}$ (III)

• $\sum \vec{F}_y = m_2 . \vec{a}_y^{\,0} \rightarrow \boxed{N_2 = P_2 = 150\,N}$

(I) y (III)

(II): $T_2 + T_1 - P_3 = -m_3\, a = m_2 . a + m_1\, a - 300\,N$

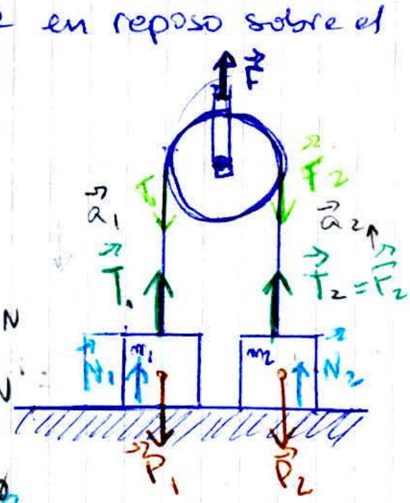
$\rightarrow 300\,N = m_2\, a + m_1\, a + m_3\, a = a\,\overbrace{(m_1 + m_2 + m_3)}^{50\,kg} \rightarrow \boxed{a = 6\ m/seg^2}$ ✓

b) Las fuerzas ejercidas por las cuerdas

(I): $T_1 = m_1 . a = 5\,kg . 6\ m/seg^2 = \boxed{30\ N = T_1}$ ✓

(III): $T_2 = m_2 . a = 15\,kg . 6\ m/seg^2 = \boxed{90\,N = T_2}$ ✓

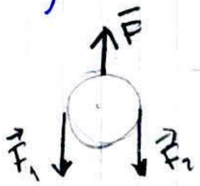
(24) Los cuerpos de la figura están inicialmente en reposo sobre el suelo y se encuentran unido por una cuerda sin peso que pasa por una polea sin peso y sin rozamiento.
Se aplica a las poleas una fuerza $\vec{F}$ dirigida hacia arriba.
Calcular las aceleraciones a_1 de m_1 y a_2 de m_2, cuando $\vec{F}$ es:



$m_1 = 40kg \rightarrow \vec{P}_1 = 400N$

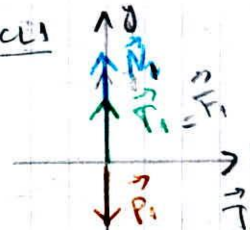
$m_2 = 24kg \rightarrow \vec{P}_2 = 240N$

a) $\vec{F} = 240\ N$



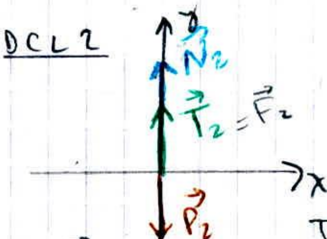
$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

DCL1



$\vec{T}_1 = 120N$

DCL2



$T_2 = 120N$

• $\Sigma \vec{F}_y = m_1 \vec{a}_y$

$T_1 < P_1 \rightarrow N_1 = P_1 - T_1$, $N_1 > 0$

$N_1 > 0 \rightarrow \boxed{a_1 = 0\ m/seg^2}$ ✓

• $\Sigma \vec{F}_y = m_2 \cdot \vec{a}_y$

$T_2 < P_2 \rightarrow N_2 = P_2 - T_2$, $N_2 > 0$

$N_2 > 0 \Rightarrow \boxed{a_2 = 0\ m/s^2}$ ✓

b) $\vec{F} = 400\ N \rightarrow \vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{T}_1 = \vec{T}_2 = 200\ N$

$T_1 < P_1 \rightarrow N_1 = P_1 - T_1$, $N_1 > 0$ $\boxed{a_1 = 0\ m/s^2}$ ✓

$T_2 < P_2 \rightarrow N_2 = P_2 - T_2$, $N_2 > 0$ $\boxed{a_2 = 0\ m/s^2}$ ✓

c) $\vec{F} = 720N \rightarrow \vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{T}_1 = \vec{T}_2 = 360\ N$

$T_1 < P_1 \rightarrow \boxed{a_1 = 0\ m/seg^2}$ ✓

$T_2 > P_2$ ∴ se desplaza hacia ↑

$\vec{a} \uparrow$ ∴ $T_2 - P_2 = m_2 \cdot a_2 \rightarrow 360\ N - 240\ N = 24kg\ a_2 \rightarrow \boxed{a_2 = 5\ m/seg^2}$

d) $\vec{F} = 912\ N \rightarrow \vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{T}_1 = \vec{T}_2 = 456\ N$

• $T_1 > P_1$ ∴ $a_1 \neq 0 \rightarrow T_1 - P_1 = m_1 a_1 \rightarrow 456N - 400\ N = 40kg\, a_1 \rightarrow \boxed{a_1 = 1{,}4\ m/s^2}$

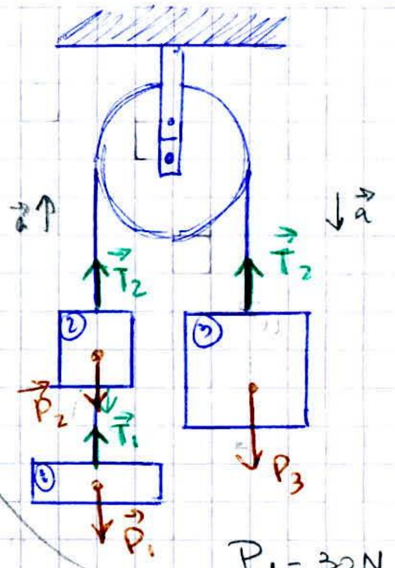
• $T_2 > P_2$ ∴ $a_2 \neq 0 \rightarrow T_2 - P_2 = m_2 \cdot a_2 \rightarrow 456\ N - 240N = 24kg\ a_2 \rightarrow \boxed{a_2 = 9\ m/s^2}$

e) $\vec{F} = 1200\ N \rightarrow \vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{T}_1 = \vec{T}_2 = 600\ N$

• $T_1 > P_1$ ∴ $a_1 \neq 0 \rightarrow 600\ N - 400\ N = 40kg\ a_1 \rightarrow \boxed{a_1 = 5\ m/seg^2}$

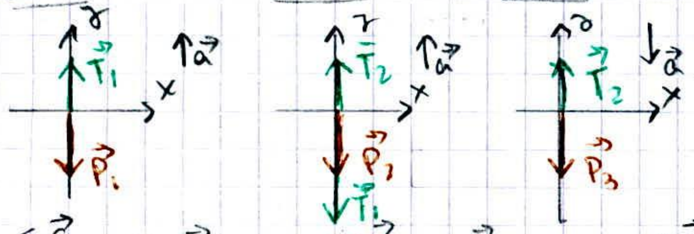
• $T_2 > P_2$ ∴ $a_2 \neq 0 \rightarrow 600\ N - 240\ N = 24kg\ a_2 \rightarrow \boxed{a_2 = 15\ m/seg^2}$

25) En el sistema de tres cuerpos suspendidos de una polea sin peso, indicado en la figura, hallar:



a) La aceleración de los cuerpos.

DCL 1 | DCL 2 | DCL 3



$m_1 = 3\,kg$

$m_2 = 1\,kg$

$m_3 = 6\,kg$

$P_1 = 30\,N$

$P_2 = 10\,N$

$P_3 = 60\,N$

$\sum \vec{f}_y = m_1 \vec{a}_y$ $\qquad$ $\sum \vec{f}_y = m_2 \vec{a}_y$ $\qquad$ $\sum \vec{f}_y = m_3 \vec{a}_y$

$T_1 - P_1 = m_1 . a$ $\qquad$ $T_2 - P_2 - T_1 = m_2 a$ $\qquad$ $T_2 - P_3 = m_3(-a)$

$\boxed{T_1 = P_1 + m_1 a}$ I $\qquad$ $\boxed{T_2 = P_2 + T_1 + m_2 a}$ II $\qquad$ $\boxed{T_2 = P_3 - m_3 a}$ III

en II → I : $T_2 = P_2 + \overbrace{P_1 + m_1 a}^{T_1} + m_2 a \overset{III}{=} P_3 - m_3 a$

$$\underbrace{P_3 - P_2 - P_1}_{60N - 10N - 30N} = (\underbrace{\overset{3kg}{m_1} + \overset{1kg}{m_2} + \overset{6kg}{m_3}}_{10kg})\, a \rightarrow a = \frac{20N}{10kg} \rightarrow \boxed{a = 2\,m/seg^2}$$

b) La tensión en la cuerda que vincula los cuerpos de masas m_2 y m_3

$$T_2 = P_3 - m_3 . a = 60N - 6\,kg . 2\,m/seg^2 = \boxed{48\,N = T_2}$$

c) La tensión en la cuerda que vincula los cuerpos de masas m_1 y m_2

$$T_1 = P_1 + m_1 a = 30N + 3kg\, 2\,m/seg^2 = \boxed{36\,N = T_1}$$

d) La velocidad del cuerpo 1 al ascender 1 m desde el reposo

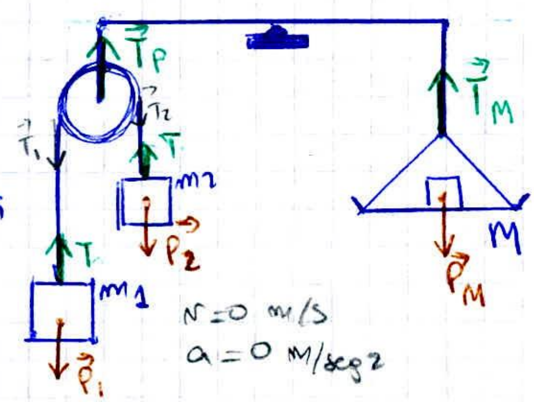
$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2} \rightarrow y(t) = 1 \frac{m}{seg^2} t^2$$

$$y(t_1) = 1\,m = \frac{1\,m}{seg^2} t_1^2 \rightarrow \boxed{t_1 = 1\,seg}$$

$$v(t) = v_0 + at \rightarrow v(t) = 2 \frac{m}{seg^2} . t \rightarrow v(1) = 2 \frac{m}{seg^2}\, 1\,seg = 2\,m/seg$$

$$\boxed{v(1) = 2\,m/seg}$$

(26) En una cuerda que pasa por una polea están colgados los cargas de masas m_1 y m_2. La polea se encuentra inmóvil por medio de una traba (los cargas no se mueven). En estas condiciones se equilibran a dicho sistema en una balanza de palanca como se ve en la figura con una masa M.



Hallar en cuánto será necesario variar la masa M del plato derecho para que, al librarse la polea y moverse seguidamente las cargas, el equilibrio se mantenga (suponga $m_1 > m_2$)

$v = 0$ m/s
$a = 0$ m/seg2

$\vec{T}_P$

$\vec{T}$ $\vec{T}$

$T_P = \vec{T} + T$

$\boxed{T_P = 2T}$ (I)

En reposo: $M = m_1 + m_2$ $\qquad T_P = T_2 + T_1$

$m_1 > m_2 \therefore$ $\vec{a}\downarrow$ $\uparrow\vec{a}$

DCL m_1

$\vec{a}$ $\vec{T}$ $\vec{P}_1$

$T - P_1 = m_1(-a)$

$\boxed{T = P_1 - m_1 a}$ (1)

DCL m_2

$\vec{a}$ $\vec{T}$ $\vec{P}_2$

$T - P_2 = m_2 \cdot a$

$\boxed{T = P_2 + m_2 a}$ (2)

Necesito hallar T

De (1): datos, incógnita

$\boxed{T = m_1 g - m_1 a}$ (3)

De (2) hallo a:

$\boxed{a = \dfrac{T - m_2 g}{m_2}}$ (4)

en (3) → (4)

$$T = m_1 g - m_1\left(\frac{T - m_2 g}{m_2}\right)$$

$$T = m_1 g - \frac{m_1}{m_2}(T - m_2 g) = m_1 g - \frac{m_1}{m_2}T + m_1 g = -\frac{m_1}{m_2}T + 2m_1 g$$

$$\rightarrow T + \frac{m_1}{m_2}T = 2m_1 g \rightarrow T\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = T\left(\frac{m_2 + m_1}{m_2}\right) = 2m_1 g$$

$$\rightarrow T = 2m_1 g\left(\frac{m_2}{m_2 + m_1}\right) \rightarrow T = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} \xrightarrow{T_P = 2T \text{ (I)}} \boxed{T_P = \frac{4m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}}$$

Si quiero que se mantenga en equilibrio → $T_M = T_P$

$$T_M = M \cdot \cancel{g} = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2}\cancel{g}$$

→ en reposo original: $M = m_1 + m_2$
en reposo "actual": $M = m_1 + m_2 + m_3$ lo que tengo que agregar

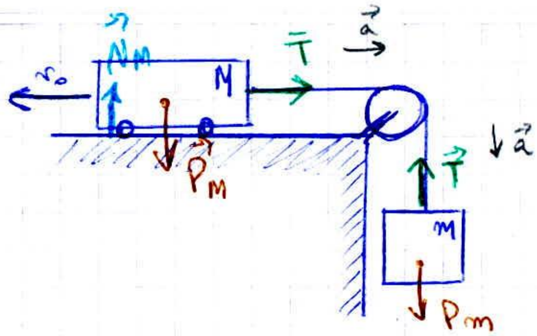
$$m_1 + m_2 + m_3 = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2} \rightarrow m_3 = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2} - m_1 - m_2 =$$

$$= \frac{4m_1 m_2 - m_1(m_1 + m_2) - m_2(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2} = \frac{4m_1 m_2 - m_1^2 - m_1 m_2 - m_2 m_1 - m_2^2}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{-m_1^2 + 2m_1 m_2 - m_2^2}{m_1 + m_2} = -\left[\frac{m_1^2 - 2m_1 m_2 + m_2^2}{m_1 + m_2}\right] = \boxed{m_3 = -\frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2}}$$ ✓

dinam. pto mat

27) Un carrito de masa $M = 600$ gr está unido a una carga de masa $m = 400$ gr mediante una cuerda.
En el momento inicial el carrito tenía una velocidad de módulo $v_0 = 8$ m/seg y se movía a la izq. por un plano horizontal.
Determinar para el instante 5 seg:

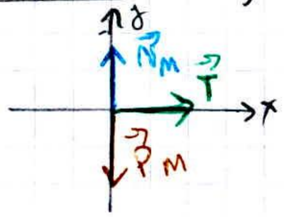


a) el valor y sentido de la velocidad del carrito

$m_M = 600$ gr $= 0.6$ kg $\rightarrow P_M = 6$ N

$m_m = 400$ gr $= 0.4$ kg $\rightarrow P_m = 4$ N

DCL M $\vec{a}$

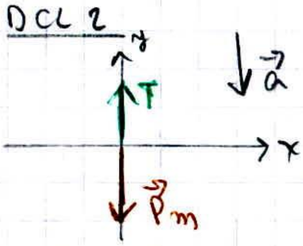


• $\Sigma \vec{F}_x = m_M \cdot \vec{a}_x$

$\boxed{T = m_M \cdot a}$ (I)

• $\Sigma \vec{F}_y = 0 \rightarrow \boxed{N_M = P_M = 6\text{ N}}$

DCL 2 $\vec{a}$



• $\Sigma \vec{F}_x = 0$ ✓

• $\Sigma \vec{F}_y = m_m \cdot \vec{a}_y$

$T - P_m = m_m(-a) \rightarrow \boxed{T = P_m - m_m a}$ (II)

x (I) y (II) : $m_M a = P_m - m_m a \rightarrow P_m = (m_M + m_m)\, a$

$4\text{ N} = 1\text{ kg} \cdot a \rightarrow \boxed{a = 4\text{ m/seg}^2}$

$v_0 = -8$ m/seg ; $v(t) = -8\text{ m/seg} + 4\frac{\text{m}}{\text{seg}^2} t \rightarrow \boxed{v(5) = 12\text{ m/seg}}$ hacia la derecha ✓

b) El lugar donde él se encontrará

$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2} \rightarrow x(t) = -8\text{ m/seg} \cdot t + 2\frac{\text{m}}{\text{seg}} \cdot t^2 \rightarrow \boxed{x(5) = 10\text{ m}}$ a la derecha del lugar inicial ✓

c) La longitud y la distancia total recorrida por el carrito

$v(t_0) = 0\frac{\text{m}}{\text{seg}} = -8\frac{\text{m}}{\text{seg}} + 4\frac{\text{m}}{\text{seg}^2} t_0 \rightarrow 8\frac{\text{m}}{\text{seg}} = 4\frac{\text{m}}{\text{seg}^2} t_0 \rightarrow \boxed{t_0 = 2\text{ seg}}$

hacia la izquierda

• $x(2) = -8\text{ m/seg} \cdot 2\text{ seg} + 2\text{ m/seg}^2\ 2^2\text{ seg}^2 \rightarrow x(2) = -8\text{ m} \rightarrow |x(2)| = 8\text{ m}$

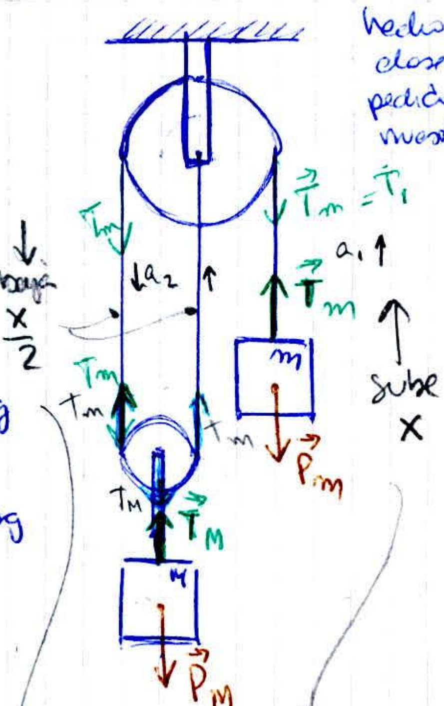
desde $t = 2$: $x(t) = 2\frac{\text{m}}{\text{seg}^2}(t-2)^2\text{seg}^2 \rightarrow x(5) = 18\text{ m} \rightarrow \boxed{\text{total recorrido} = 26\text{ m}}$ ✓

$\boxed{\text{distancia} = 10\text{ m}}$ ✓

(28) El cuerpo de masa M de la figura pesa 200 N y el menor 50 N.

Despreciando la fricción y los pesos de las poleas, encontrar:

hecho en clase a pedido nuestro

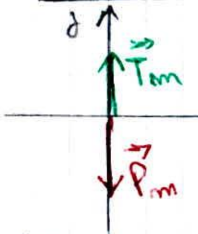


a) las aceleraciones de cada uno de los cuerpos

$P_M = 200\,N \rightarrow m_M = 20\,kg$

$P_m = 50\,N \rightarrow m_m = 5\,kg$

DCL m

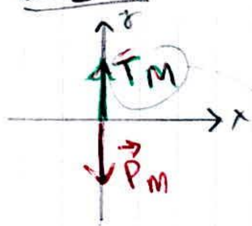


$\Sigma \vec{F}_y = m_m \vec{a}_y$

$\boxed{T_m - P_m = m_m a_1}$ (1)

$\boxed{T_m = P_m + m_m a_1}$

DCL M



$\Sigma \vec{F}_y = m_M \cdot a_2$

$\boxed{T_M - P_M = m_M(-a_2)}$

DCL Polea

$\Sigma \vec{F}_y = \overbrace{m_{polea}}^{0} \cdot a = 0$

$\boxed{2T_m = T_M}$

$\boxed{2T_m - P_M = -m_M \cdot a_2}$ (2)

$\underbrace{\frac{x_{2(t)}}{2} = \frac{1}{2} a_2 t^2}$

$\boxed{x_{2}(t) = a_2 t^2}$

$\boxed{x_{1}(t) = \frac{a_1 t^2}{2}}$

$a_2 = \frac{a_1}{2}$

(1) $\rightarrow 2(P_m + m_m a_1) - P_M = -m_M \cdot \frac{a_1}{2}$

$2P_m + 2m_m a_1 - P_M = -m_M \cdot \frac{a_1}{2}$

$\boxed{4P_m + 4m_m a_1 - 2P_M = -m_M a_1}$

$4m_m a_1 + m_M a_1 = 2P_M - 4P_m$

$a_1 \underbrace{(4m_m + m_M)}_{40\,kg} = 2 \times 200\,N - 4 \times 50\,N \rightarrow \boxed{a_1 = 5\,m/seg^2}$

$\boxed{a_2 = 2{,}5\,m/seg^2}$

b) El módulo de la fuerza actuante en la cuerda

(1) $T_m = P_m + m_m a_1 = 50\,N + 5\,kg \cdot 5\,m/seg^2 = \boxed{75\,N = T_m}$

$T_M = P_M - m_M a_2 = 200\,N - 20\,kg \times 2{,}5\,m/seg^2 = \boxed{150\,N = T_M}$

Fuerzas elásticas

(29) Calcular cuánto debe comprimirse un resorte cuya constante elástica es 20N/cm para que ejerza una fuerza de 100N

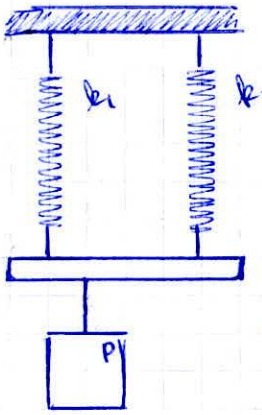
$k = 20\,N/cm$

$F = 100\,N$

$$\boxed{F = -k\,x} \rightarrow x = \frac{F}{-k} = \frac{100N}{20N/cm} = \boxed{5\,cm = \Delta x}$$

(30) Hallar la constante equivalente de los sistemas de resortes de las figuras. Considerar $k_1 \neq k_2$

a)



Sist. en paralelo

$F_1 = -k_1\,x_1$

$F_2 = -k_2\,x_2$

$F\,equivalente = -k_e \cdot x_e = F_e$

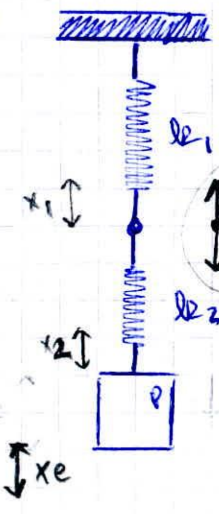
$x_e = x_1 = x_2 \rightarrow \left.\begin{matrix} F_1 = -k_1 x_e \\ F_2 = +k_2 x_e \end{matrix}\right\}$

Además $F_e = F_1 + F_2 = -k_1 x_e - k_2 x_e = -k_e x_e$

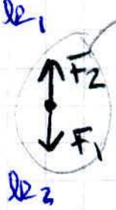
$x_e(-k_1 - k_2) = -k_e x_e$

$$\rightarrow \boxed{k_e = k_1 + k_2}$$

b)



Sist. en serie



. $F_e = F_1 = F_2$

. $F_1 = -k_1 x_1$

. $F_2 = -k_2 x_2$

$\rightarrow x_1 = \frac{F_1}{-k_1}$ $\quad x_2 = \frac{F_2}{-k_2}$ $\quad x_1 = \frac{F_e}{-k_1}$ $\quad x_2 = \frac{F_e}{-k_2}$

. $x_e = x_1 + x_2$

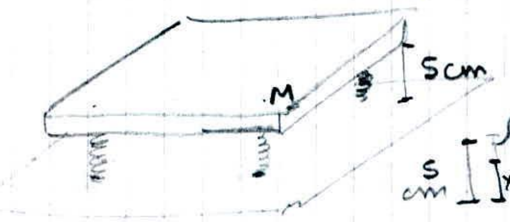
. $F_e = -k_e\,x_e \rightarrow F_e = -k_e(x_1 + x_2) = -k_e\left(\frac{F_e}{-k_1} + \frac{F_e}{-k_2}\right)$

$$\rightarrow \cancel{F_e} = \cancel{F_e}(-k_e)\left(\frac{1}{-k_1} + \frac{1}{-k_2}\right) = k_e\left(\frac{k_2 + k_1}{k_1 . k_2}\right)$$

$$\rightarrow \boxed{k_e = \frac{k_1\,k_2}{k_2 + k_1}}$$

c)

(31) Para proteger una balanza contra las vibraciones, se usa una mesada de mármol rectangular de 50 kg de masa apoyada en 4 resortes iguales que, a su vez, descansan sobre una mesa. Cada resorte suelto mide 5 cm de longitud y tiene una constante elástico de 10000 N/m.
¿Qué espacio libre queda entre la mesa y la mesada cuando se ubica la misma (sin balanza) sobre los resortes?



$m_M = 50\ kg \rightarrow P_M = 500\,N$

$P_M = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = F_e$

$\Delta x_i = 5 - x_i \qquad i \in [1,4]$

$k_i = 10000\ N/m \quad i \in [1,4]$

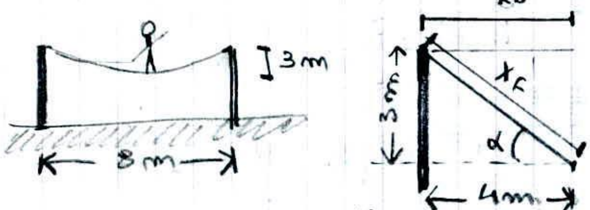
Es un sistema en paralelo $\therefore k_e = \sum_{i=1}^{4} k_i = 40000\ N/m$

$F_e = -k_e\,\Delta x_i \rightarrow \Delta x_i = \dfrac{F_e}{-k_e} = \dfrac{500\,N}{40.000\ N/m} = 0{,}0125\,m = \Delta x_i = 1{,}25\,cm$

$\Delta x_i = 5\,cm - x_i = 1{,}25\,cm \rightarrow \boxed{x_i = 3{,}75\ cm}$

---

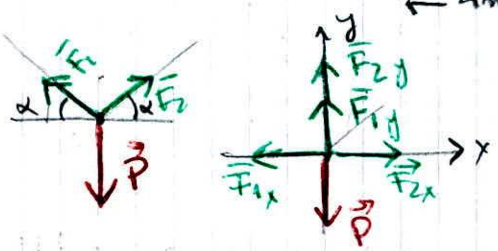
(32) Un cable tendido entre dos postes tiene una longitud de 8 m. El mismo tiene peso despreciable de modo que se lo puede considerar horizontal. Un acróbata de 600 N de peso se ubica en el medio del cable. Bajo la acción del peso del acróbata el punto medio desciende 3 m ¿cuál es la constante elástica del cable?



$\Delta x = x_f - \overset{4m}{x_0}$

$tg(\alpha) = \dfrac{3}{4} \rightarrow \alpha = 36{,}87$

$\dfrac{3m}{x_f} = sen(\alpha) \rightarrow \boxed{x_f = 5\,m} \rightarrow \boxed{\Delta x = 1\,m}$



• $F_{1y} + F_{2y} = P \rightarrow F_1\,sen(\alpha) + F_2\,sen(\alpha) = P$

$sen(\alpha)\,(F_1 + F_2) = P$

$\boxed{F_1 + F_2 = 1000\ N}$

• $F_{1x} = F_{2x}$ $\rightarrow$ $\boxed{F_1 = F_2 = 500\,N}$

$F_1 = -k_1\,\Delta x = F_2 = -k_2\,\Delta x \rightarrow k_1 = k_2 = k$

$500N = -k_1 \cdot 1m \rightarrow \boxed{k = 500\,N/m}$

?

en la resp. de la guía dice 250

(33) Determinado resorte se estira 20 cm bajo la acción de una fuerza de 5N. Suponiendo que ahora el resorte cuelga verticalmente con una masa de 300g en su extremo ¿de qué magnitud será la fuerza requerida para estirarlo 20 cm?

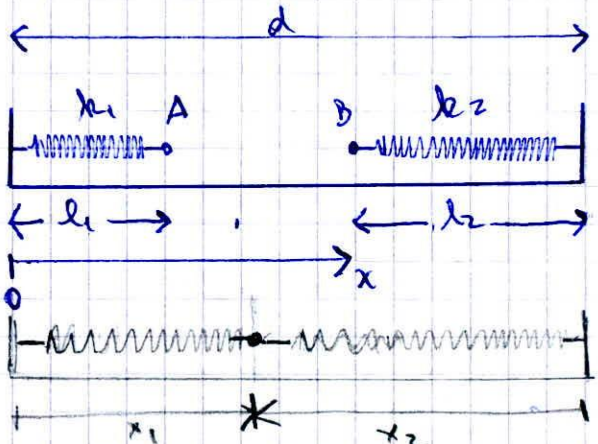
$F = -k \cdot \Delta x \xrightarrow[F = 5N]{\Delta x = 0{,}2} \boxed{k = -25 N/m}$ $\quad m = 0{,}3\,kg \to P = 3N$

$T = P = 3N \to \Delta x = \frac{T}{-k} = \frac{3N}{25 N/m} = 0{,}12 m$ quiero estirarlo 0,08 m más

$\Delta x = 0{,}08 \to F = -k \cdot \Delta x = 25 N/m \cdot 0{,}08 m = \boxed{2N = F}$

(34) A qué distancia de O permanecen en equilibrio los extremos A y B de los resortes de la figura, una vez unidos; siendo l_1 y l_2 las longitudes libres de los mismos.

$l_1 = 20\,cm$
$l_2 = 30\,cm$
$d = 70\,cm$
$k_1 = 50\,N/cm$
$k_2 = 30\,N/cm$



$$= \begin{cases} T_1 = -k_1\,\Delta x_1 = -k_1 (x_1 - 20cm) \\ T_2 = -k_2\,\Delta x_2 = -k_2 (x_2 - 30cm) \end{cases}$$

$70\,cm = x_1 + x_2 \to \boxed{x_1 = 70cm - x_2}$ $\quad \overset{T_2}{\leftarrow} \bullet \overset{T_1}{\rightarrow} \to$ en equil. $\to \boxed{T_1 = T_2}$

$-k_1 (x_1 - 20cm) = -k_2 (x_2 - 30cm) \longrightarrow k_1 (\underbrace{70cm - x_2 - 20cm}_{50cm - x_2}) = k_2 (x_2 - 30cm)$

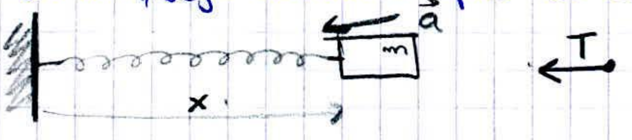
$\to 50\frac{N}{cm}\,50cm - 50\frac{N}{cm}\cdot x_2 = 30\frac{N}{cm}\,x_2 - 30\frac{N}{cm}\,30cm$

$2500\,N + 900\,N = x_2 \left(50\frac{N}{cm} + 30\frac{N}{cm}\right)$

$3400\,N = x_2\,80\frac{N}{cm} \longrightarrow x_2 = 42{,}5\,cm \to x_1 = 27{,}5\,cm$

$\boxed{\text{en } X = 27{,}5\,cm}$

(35) ¿Cuánto habrá que estirar un resorte para imprimir a un cuerpo de 12 kg masa unido al extremo libre, una aceleración inicial de 8 m/seg² sabiendo que la constante elástica del resorte es 480 N/m?



$$\left.\begin{array}{l} T = m \cdot a \\ T = -k\,x \end{array}\right\} \quad m \cdot a = -k\,x$$

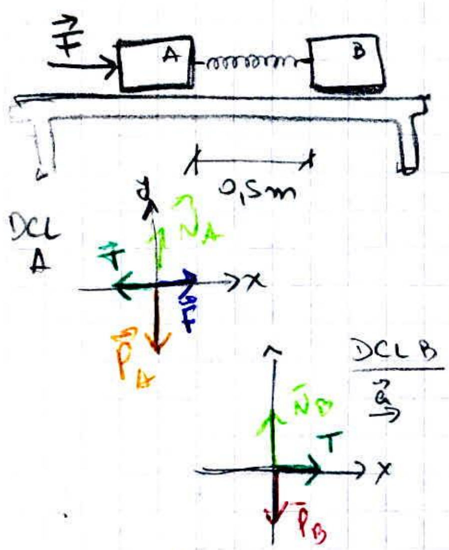
$\frac{12\,kg\;8\,m/s^2}{480\,N/m} = x = 0{,}20\,m$

$m = 12\,kg$
$a = 8\,m/seg^2$

$\boxed{\Delta x = 0{,}20\,m}$

38) Dos carritos A y B, cuyas masas son $m_A = 4\,kg$ y $m_B = 6\,kg$, están unidos por un resorte sin deformación cuya longitud es 0,5 m y su constante elástica es 120 N/m.
Los carritos están en reposo sobre una mesa horizontal.
Si al carrito A se le aplica una fuerza horizontal de $F = 50N$ con sentido hacia B:

a) ¿Cuál es la aceleración inicial del carrito A y del B?



$m_A = 4\,kg$

$m_B = 6\,kg$

$k = 120\,N/m$

$v_0 = 0\,m/seg$

$F = 50N$

$F = m_A \cdot a \rightarrow \frac{50N}{4kg} = \boxed{a_A = 12{,}5\,m/seg^2}$ ✓

$T = m_B \cdot a$

inicialmente, B no recibe F

$\therefore \boxed{a_B = 0\,m/seg^2}$

b) ¿Cuáles son las aceleraciones de A y B en el instante en que el resorte se comprime a 30 cm mientras sobre A actúa la fuerza F?

Se comprime a 30 cm $\rightarrow \Delta x = 0{,}20\,m$ $\xleftarrow{+}$

$T = -k \cdot \Delta x = -120\,\frac{N}{m} \cdot 0{,}20\,m = -24N \rightarrow \boxed{T = 24N}$

$\rightarrow F - T = m_A\, a \rightarrow 50N - 24N = m_A \cdot a_A \rightarrow \boxed{a_A = 6{,}5\,m/seg^2}$ ✓

$\rightarrow T = m_B \cdot a_B \rightarrow a_B = \frac{24N}{6kg} \rightarrow \boxed{a_B = 4\,m/seg^2}$ ✓

c) Hallar la longitud que tendría el resorte cuando las aceleraciones de ambos carritos son iguales

$$\begin{cases} F - T = m_A \cdot a \longrightarrow F - T = m_A \cdot \frac{T}{m_B} \rightarrow F = \left(\frac{m_A}{m_B} T\right) + T \\ T = m_B \cdot a \rightarrow a = \frac{T}{m_B} \end{cases}$$

$F = T\left(\frac{m_A}{m_B} + 1\right) = T\left(\frac{m_A + m_B}{m_B}\right)$

$\rightarrow T = F\left(\frac{m_B}{m_A + m_B}\right) = 50N \cdot \frac{6kg}{10kg} = 30N$

$\rightarrow T = 30N = -k \cdot \Delta x$

$\frac{30N}{120N/m} = -\Delta x = -0{,}25\,m = \underbrace{X_f}_{0{,}25} - \underbrace{X_i}_{0{,}5} \rightarrow \boxed{L = 25cm}$ ✓

37) Un resorte cuya longitud sin deformación es de 0,4 m, sostiene un cuerpo de 12 N de peso, estirándose a la longitud de 0,7 m.

a) ¿Cuál es la constante elástica del resorte?

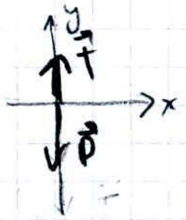
$T = P = 12\,N$ $P = 12\,N \rightarrow m = 1{,}2\,kg$

$\left.\begin{array}{l} x_0 = 0{,}4\,m \\ x_f = 0{,}7\,m \end{array}\right\} \Delta x = 0{,}3\,m$, $T = -k \cdot \Delta x \rightarrow -k = \dfrac{12\,N}{0{,}3\,m} = 40\,N/m$

$\boxed{k = 40\,N/m}$

b) Si desde esa posición se eleva 20 cm al cuerpo y después se lo suelta ¿cuál es la aceleración del cuerpo en el instante de soltarlo?

0,5 m



Resorte: orig = 0,4 m
ahora = 0,5 m

$T = -k \cdot \Delta x = -k \cdot 0{,}10\,m = -40\,\dfrac{N}{m} \cdot 0{,}10\,m = -4\,N$

$T = 4\,N$ $T - P = m \cdot (-a)$

$P + T = m \cdot a$

$12\,N + 4\,N = 1{,}2\,kg \cdot a \rightarrow \boxed{a = 6{,}66\,m/seg^2}$

c) ¿Cuánto habría que estirar el resorte para que, al soltarlo, el cuerpo se acelere hacia arriba con una aceleración igual a g?

$a = g$, $P = mg$

$\left.\begin{array}{ll} \bullet\ T - P = m \cdot a & \longrightarrow T = P + m \cdot a \\ \bullet\ T = -k\,\Delta x & \quad\ \ T = -k\,\Delta x \end{array}\right\}$ $P + ma = -k\,\Delta x$

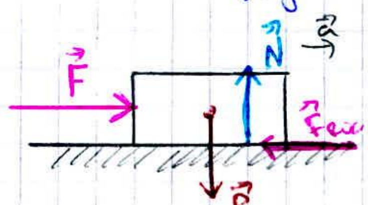
$\dfrac{12\,N + 12\,N}{40\,N/m} = -\Delta x = -0{,}6$

en la guía dice 0,5

Dinámica p. mat

Fuerza de rozamiento

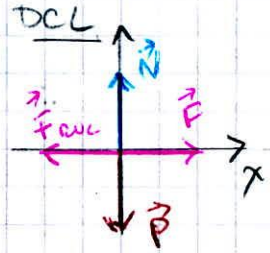
(38) ¿Qué fuerza horizontal se debe proporcionar a un bloque de 40kg de masa inercial para producirle una aceleración en su misma dirección y sentido de 1 m/seg² si la fuerza de fricción es de 10N?



$m = 40\,kg$

$a = 1\,m/seg^2$

$\vec{F}_{Roc} = 10\,N$



$\Sigma \vec{F} = m.\vec{a}$

• $\Sigma \vec{f}_x = m.\vec{a}_x$ $\qquad$ $\Sigma \vec{f}_y = m.\vec{a}_y$

$F - F_{Roz} = m.a$ $\qquad$ $N - P = 0 \rightarrow N = P = 400\,N$

$F = F_{Roz} + m.a = 10\,N + 40\,kg \cdot 1\,m/seg^2 = \boxed{50\,N = F}$ ✓

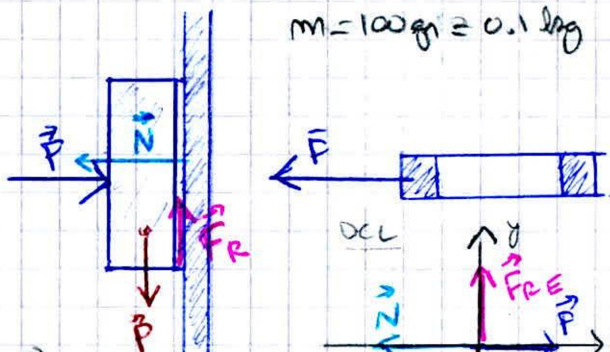
(39) Para limpiar una pecera se usa un imán cubierto de una felpa ubicado dentro de la misma como muestra la figura y se sostiene a distancia mediante otro que se ubica en el exterior. Si el imán limpiador posee una masa de masa 100gr. y entre éste y la pared existe rozamiento (coeficiente de rozamiento estático 0,4 y coef. de rozamiento cinemático 0,3)

Hallar:

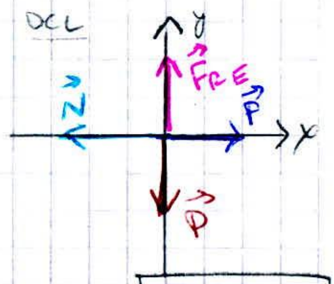
$m = 100\,gr = 0.1\,kg$

$\mu_E = 0,4$

$\mu_C = 0,3$



a) la fuerza de atracción mínima F necesaria para que el imán no deslice



$\vec{a} = \vec{0}\,m/s^2$

$\Sigma \vec{f}_y = m.\vec{a}_y$ $\qquad$ $\Sigma \vec{f}_x = m\vec{a}_x$

$F_{RE_{Máx}} = P = 0.1\,kg \cdot 10\,m/s^2 = 1N$ $\qquad$ $F - N = 0 \rightarrow F = N$

$F_{RE_{Máx}} = \mu_E . N \rightarrow F_{RE_{Máx}} = 1N = 0.4 . F \rightarrow \vec{F} \geq \frac{1N}{0.4} = 2,5 \rightarrow \boxed{F_{Mín} = 2,5N}$ ✓

b) ¿Qué sucedería si la fuerza de atracción fuese 1N? Hallar la aceleración del limpiador en este caso

$\vec{a}\downarrow$ con $\vec{F} \geq 2,5N$ se queda quieto, con $\vec{F} = 1$ se mueve → hacia abajo

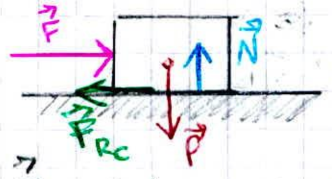
$\rightarrow \Sigma \vec{f}_y = m.\vec{a}_y \rightarrow F_{RC} - \overset{1N}{P} = m(-a) = \overset{0,3}{\mu_C} \underset{1N}{N} - 1N = 0.10(-a) \rightarrow \boxed{a = 7\,m/s^2}$ hacia ↓

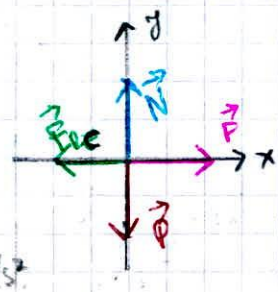
c) ¿Qué sucedería si la fuerza de atracción fuese de 5N? Explique

Si $F = 5N > F_{RE} \rightarrow$ No se mueve

(40) Una cuerpo puede deslizar sobre una sup. horizontal. Se halla en reposo y sobre él actúa una fuerza horizontal de módulo creciente. Se aprecia que cuando dicha fuerza alcanza un módulo de 10 N el cuerpo inicia el movimiento. Se comprueba, además, que para mantenerlo luego en movimiento rectilíneo uniforme es necesario ejercer una fuerza cuyo módulo es de 8 N. Si el coef. de roz. cinético es $\mu_c = 0.2$, Calcular:

a) el peso del cuerpo





$\bullet\ \sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_x$

$F - F_{RC} = m \cdot a$ ①

$\bullet\ \sum \vec{F}_y = 0 \rightarrow \boxed{N = P}$ ②

$\vec{F} = 8N \qquad a = 0\ m/s^2$

$\mu_c = 0.2$

$$① \ F = F_{RC} = \mu_c N \overset{②}{=} \overset{0.2}{\mu_c} P = 8N \rightarrow \boxed{P = 40N}$$

b) el coef. de roce estático

$$F_{RE\,máx} = \mu_E \cdot N \overset{②}{=} \mu_E \cdot \overset{N=P}{40N} = 10N \longrightarrow \boxed{\mu_E = 0.25}$$

$\rightarrow$ estático $\rightarrow \vec{a} = 0\ m/s^2 \rightarrow F - F_{RE} = 0 \rightarrow F = F_{RE\,máx}$

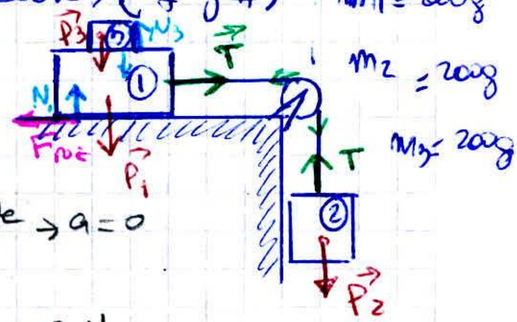
---

(41) Tres bloques se disponen según dos situaciones (I y II) $m_1 = 800g$

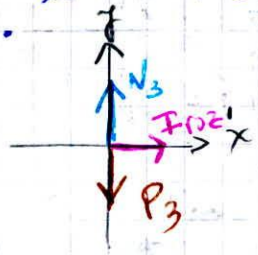
a) En la situación de la Fig I el conjunto se mueve con velocidad constante. Calcular la tensión de la cuerda y el μ con el piso.

$m_2 = 200g$

$m_3 = 200g$



DCL 3:



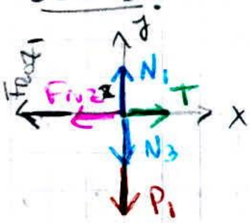
$$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}$$

si se mueve con $\vec{v}$ = cte $\rightarrow a = 0$

$\rightarrow F_{roz} = 0$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_3 = P_3 = 2N$$

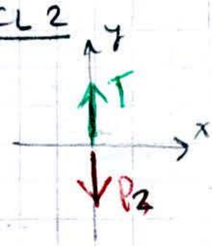
DCL 1:



$\sum F_x = 0 \rightarrow T = F_{roz}$

$\sum F_y = 0 \rightarrow N_1 = N_3 + P_1$

DCL 2



$\sum F_y = 0$

$T = P_2 = 0.2\,kg \times 10\,\frac{m}{seg^2}$

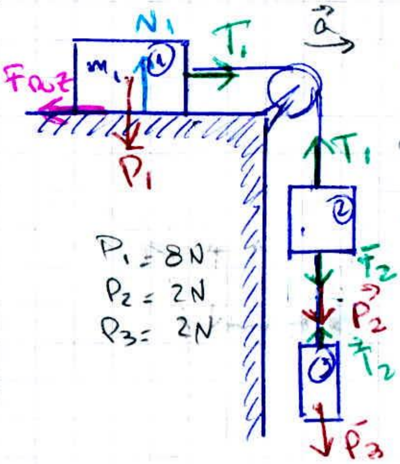
$\boxed{T = 2N}$

$$P_1 = 8N, \quad P_2 = 2N, \quad P_3 = 2N, \quad N_1 = \overset{N_3}{N_3} + P_1 = 2N + 8N = 10N$$

$$F_{roz} = T = 2N = \mu_c N_1 = \mu_c\, 10N \rightarrow \mu_c = \frac{2N}{10N} = 0.2$$

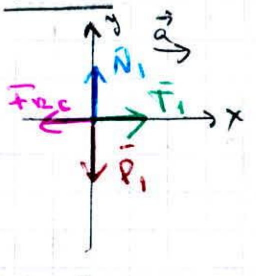
$$\boxed{\mu_c = 0.2}$$

b) luego el bloque 3 se separa del bloque 1 y se lo une al bloque 2 mediante una cuerda, como muestra la fig.
En esta situación, calcular la aceleración del sistema y las tensiones en las cuerdas (inextensibles y de masas despreciables)



$m_1 = 800g$
$m_2 = 200g$
$m_3 = 200g$

DCL 1



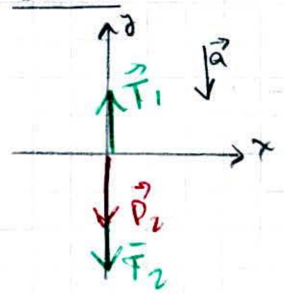
$\Sigma \vec{f}_x = m_1 \vec{a}_x \rightarrow \boxed{T_1 - F_{Rc} = m_1\, a}$

$\Sigma \vec{f}_y = \overset{0}{m_1 . 0} \rightarrow \boxed{P_1 = N_1 = 8N}$

$F_{Rc} = \mu_c . N_1 = 0.2 . 8N = \boxed{1{,}6N = F_{Roz}}$

$\boxed{T_1 = m_1 . a + F_{Rc}}$ I

DCL 2



$\Sigma \vec{f}_x = 0$

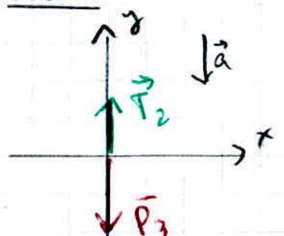
$\Sigma \vec{f}_y = \boxed{-m_2\, a = T_1 - P_2 - T_2}$

$\rightarrow \boxed{T_2 = T_1 - P_2 + m_2\, a}$ II

I y II: $T_2 = m_1\, a + F_{Rc} - P_2 + m_2\, a$

$\boxed{T_2 = F_{Rc} - P_2 + a(m_1 + m_2)}$ III

DCL 3



$\Sigma \vec{f}_y = -m_3 . a$

$\boxed{T_2 - P_3 = -m_3 . a} \rightarrow \boxed{T_2 = P_3 - m_3 . a}$ IV

III y IV: $F_{Rc} - P_2 + a(m_1 + m_2) = P_3 - m_3\, a$

$a(m_1 + m_2) + m_3\, a = P_3 + P_2 - F_{Rc}$

$a(m_1 + m_2 + m_3) = P_3 + P_2 - F_{Rc}$

$a = \dfrac{P_3 + P_2 - F_{Rc}}{m_1 + m_2 + m_3} = \dfrac{2N + 2N - 1{,}6N}{1{,}2\,Kg} = \boxed{2\, m/seg^2 = a}$ ✓

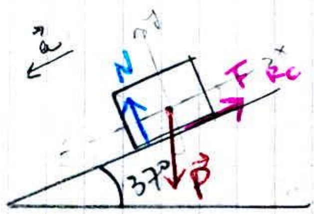
I • $T_1 = 0{,}8\,Kg . 2\, m/seg^2 + 1{,}6N = 3{,}2N \rightarrow \boxed{T_1 = 3{,}2N}$ ✓

IV $T_2 = 2N - 0{,}2\,Kg . 2\, m/seg^2 = \boxed{1{,}6N = T_2}$ ✓

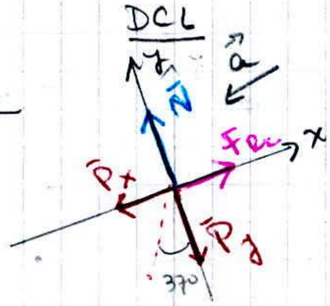
clase

(42) Un bloque de 2 kg de masa inercial parte del reposo desde la parte superior de un plano inclinado de 37°, tardando 4s en recorrer una longitud de 12 m.
Hallar:

a) la fuerza de rozamiento



$m = 2\,kg \rightarrow P = 20\,N$ $\quad V_0 = 0\ m/seg$



$P_y = P\cos(37) = \boxed{16\,N = P_y}$

$P_x = P\,\text{sen}(37) = \boxed{12\,N = P_x}$

$X_{(t)} = \overset{0}{X_0} + \overset{0}{V_{0x}\,t} + \frac{a}{2}.t^2$

$X(4) = 12\,m$ (según enunciado)

$\rightarrow 12\,m = \frac{a}{2}.4^2 seg^2 \rightarrow \boxed{a = 1{,}5\ m/seg^2}$

$\Sigma\vec{f}_x = m.\vec{a}_x \rightarrow F_{Rc} - \overset{12\,N}{\widehat{P_x}} = m\,(-a) = -2\,k \times 1{,}5\,m/seg = -3\,N$

$\boxed{F_{Rc} = 9\,N}$ ✓

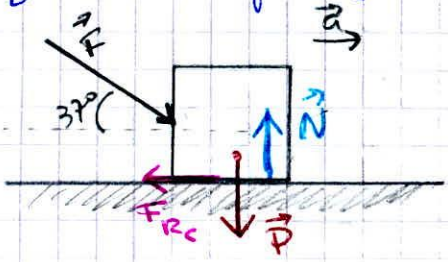
b) El coef. de rozamiento cinético

$F_{Rc} = \mu_c . N$

$\Sigma\vec{f}_y = 0 \rightarrow N = P_y = 16\,N \rightarrow 9\,N = \mu_c\ 16\,N \rightarrow \boxed{\mu_c = 0{,}56}$ ✓

(43) Un bloque de 4 kg reposa sobre un plano horizontal. Una fuerza de 50 N actúa formando un ángulo de 37° con respecto a la horizontal oblicuamente hacia abajo y hace que el bloque se mueva 4,75 m en el primer segundo de su aplicación. Hallar:

a) ¿cuál es la fuerza de rozamiento que retarda el movimiento?



$m = 4\,kg \qquad P = 40\,N$

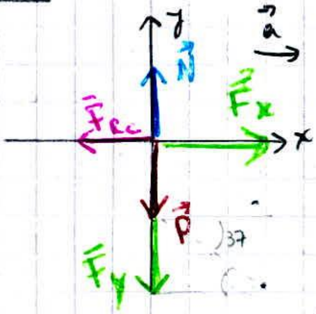
$F = 50\,N$

$v_0 = 0\,m/seg \qquad x_{(1)} = 4{,}75\,m$

$x_{(t)} = \frac{a}{2} t^2 \rightarrow 4{,}75\,m = \frac{a}{2} seg^2$

$\boxed{a = 9{,}5\,m/seg^2}$ en x →

DCL



$\vec{F}_x = \cos(37) . \vec{F} = \boxed{40\,N = \vec{F}_x}$

$\vec{F}_y = sen(37) \vec{F} = \boxed{30\,N = \vec{F}_y}$

$\Sigma \vec{f}_x = m . \vec{a}_x \qquad \Sigma \vec{f}_y = 0$

$F_x - F_{Rc} = m . a \qquad N = P + F_y = \boxed{70\,N = N}$

$F_{Rc} = F_x - m.a = 40\,N - 4\,kg . 9{,}5\,m/seg^2 = 2\,N$

$\boxed{F_{Rc} = 2\,N}$ ✓

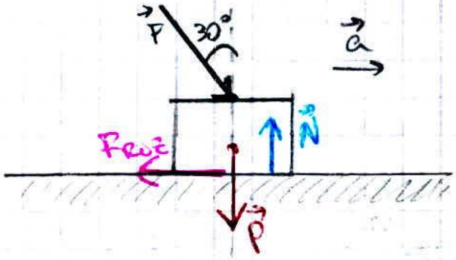
b) ¿cuánto vale el coeficiente de fricción?

$F_{Rc} = \mu_c . N = \mu_c . 70\,N = 2\,N \rightarrow \boxed{\mu_c = 0.028}$ ✓

(44) Al pretender mover una caja de 4 kg de masa inercial sobre el piso, un niño empuja sobre ella hacia abajo a un ángulo de 30° con la vertical.

Hallar:

a) ¿Con qué intensidad debe empujar sobre ella para otorgarle una aceleración de módulo 0.5 m/s² si la fuerza de rozamiento es de 20 N?



$m = 4\,kg \qquad P = 40\,N$

$\vec{F}_{roz} = 20\,N$

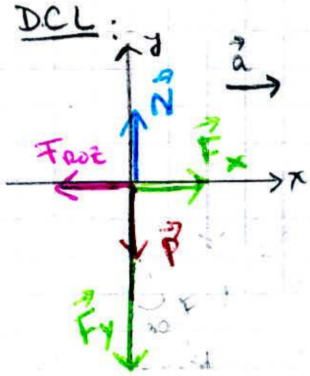
$F_y = \cos(30)\,F$

$F_x = \text{sen}(30)\,F$

$a = 0.5\,m/s^2$

$F_{roz} = 20\,N$

DCL:



- $\sum \vec{f}_x = m \cdot \vec{a}_x$

$F_x - F_{roz} = m \cdot a = 4\,kg \times 0{,}5\,m/seg^2 = 2\,N$

$F_x = F_{roz} + 2\,N = 20\,N + 2\,N = \boxed{22\,N = F_x}$

$F_x = 22\,N = \text{sen}(30)\,F \rightarrow \boxed{F = 44\,N}$ ✓

b) ¿Cuál es el coef. de roce cinético?

$F_{roz} = \mu_c \cdot N \rightarrow \mu_c = \frac{F_{roz}}{N}$

- $\sum \vec{f}_y = 0 \rightarrow N = P + F_y = 40\,N + 44\,N \cdot \cos(30) = 78\,N$

$\rightarrow \mu_c = \frac{20\,N}{78\,N} = 0{,}256 \rightarrow \boxed{\mu_c = 0.256}$ ✓

c) Una vez que la caja está en mov. ¿cuál deberá ser el módulo de la fuerza que actúa en esa misma dirección para mantener la caja con velocidad constante?

vel. cte $\Rightarrow a = 0\,m/seg^2 \rightarrow \sum \vec{f}_x = 0 \rightarrow F_x = F_{roz}$

$F_{roz} = \mu_c \cdot N \longrightarrow F_x = \mu_c \cdot (40\,N + F_y)$

$N = P + F_y = 40\,N + F\cos(30)$

$\rightarrow F\,\text{sen}(30) = 0{,}256 \times 40\,N + 0{,}256\,F\cos(30)$

$F\,\text{sen}(30) - 0{,}256\,F\cos(30) = 10{,}24\,N$

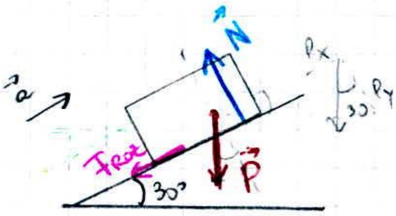
$F\,\underbrace{(\text{sen}(30) - 0{,}256\cos(30))}_{0{,}2782} = 10{,}24\,N$

$\boxed{F = 36{,}8\,N}$ ✓

din. pto mat.

45) Un bloque que tiene una masa de 2 kg. es lanzado hacia arriba sobre un plano inclinado de pendiente 30° con velocidad inicial de 22 m/s. El coef. de rozamiento entre el bloque y el plano es $\mu_c = 0.3$. Calcular:

a) la fuerza de rozamiento que actúa sobre el bloque cuando se mueve hacia arriba sobre el plano

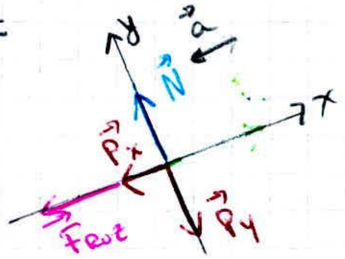


$m = 2kg \quad P = 20N$

$v_0 = 22\ m/seg \quad P_y = P \cdot \cos(30) = 17{,}3\ N$

$\mu_c = 0.3 \quad P_x = P\ sen(30) = 10\ N$

DCL



$\Sigma \vec{F_y} = 0 \rightarrow N = P_y = 17{,}3\ N$

$F_{Roz} = \mu_c \cdot N = 0.3 \times 17{,}3\ N = 5{,}20\ N$

$\boxed{F_{Roz} = 5{,}20\ N}$ ✓

b) ¿cuánto tiempo se mueve el bloque sobre el plano?

$\Sigma \vec{F_x} = m \cdot \vec{a_x} \rightarrow F_{Roz} + P_x = m \cdot a \rightarrow 5{,}20N + 10N = 2k \cdot a \rightarrow a = 7{,}6 \frac{m}{s^2}$

$a = \frac{v_f - v_0}{t} \Rightarrow -7{,}6 \frac{m}{seg^2} = \frac{-22\ m/seg}{t} \longrightarrow \boxed{t = 2{,}9\ seg}$ ✓

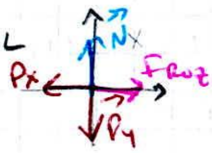
c) ¿qué distancia recorre el bloque sobre el plano?

$x_{(t)} = \overset{0}{x_0} + v_0 t + \frac{a}{2}t^2 \longrightarrow x_{(t)} = 22 \frac{m}{seg} t - \frac{7{,}6}{2} \frac{m}{seg^2} t^2 \rightarrow \boxed{x_{(2,9)} = 31{,}8\ m}$ ✓

d) ¿cuánto tiempo tarda el bloque en deslizar hacia abajo desde su posición en la parte c hasta su punto de partida?

?

DCL



$\Sigma \vec{F_x} = m \cdot \vec{a_x} \qquad F_{Roz} - P_x = m \cdot a$

$5{,}20 - 10N = 2k \cdot a \rightarrow \boxed{a = -2{,}4\ m/s^2}$

$x_{(t)} = 31{,}8m - 1{,}2\ m/s^2\ t^2 \longrightarrow 0 = 31{,}8m - 1{,}2\ m/s^2\ t^2 \rightarrow \boxed{t = 5{,}15 seg}$

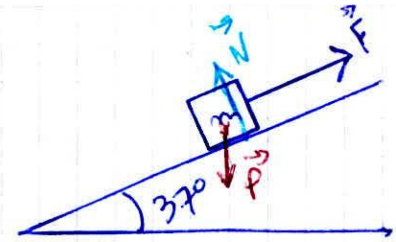
e) ¿Con qué velocidad llega a ese punto?

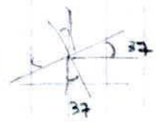
$a t = v_f - \overset{0}{v_0} \rightarrow -2{,}4\ m/s^2 \cdot 5{,}15\ seg = \boxed{v_F = 12{,}36\ m/seg}$

f) ¿Si la masa del bloque hubiese sido 5 kg en lugar de 2 kg habrían variado las respuestas anteriores?

Sí

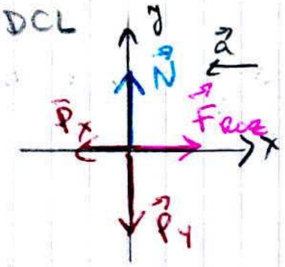
(46) Si $|F| = 40\,N$, el bloque de masa m se moverá hacia arriba, por el plano inclinado, con velocidad constante.
Si $|F| = 0$ el bloque se deslizará a partir del reposo 8 m hacia abajo del plano inclinado y alcanzará la parte inferior del mismo al cabo de 2 seg.
Hallar:





a) la masa inercial del bloque

Si $|F| = 0 \rightarrow$ DCL



$v_0 = 0\,m/s$

• $\Sigma \vec{f}_x = m \cdot \vec{a}_x$

$F_{roz} - P_x = -m \cdot a$

• $\Sigma \vec{f}_y = 0 \rightarrow N = P_y = m \cdot g \cdot \cos(37)$

$x(t) = \overset{0}{x_0} + \overset{0}{v_0 t} - \frac{a}{2} t^2$

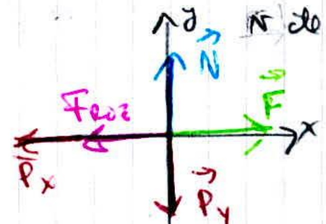
$-8\,m = -\frac{a}{2} \cdot 2^2\,seg^2 \rightarrow \boxed{a_1 = 4\,m/s^2}$

$\rightarrow F_{roz} - m \cdot g \operatorname{sen}(37°) = -m \cdot a$

$F_{roz} = m\,(\underbrace{g \operatorname{sen}(37°)}_{6} - a)$

(I) $\rightarrow F_{roz} = m\,(2\,m/seg^2)$

Si $|F| = 40\,N$: DCL



v cte $\rightarrow a = 0$

• $\Sigma \vec{f}_x = 0$

$F - F_{roz} - P_x = 0 \rightarrow F = F_{roz} + P_x =$

$\overset{(I)}{=} m\,2\frac{m}{seg^2} + m \cdot g \operatorname{sen}(37) = m\left(2\frac{m}{seg^2} + 6\frac{m}{seg^2}\right)$

$\rightarrow F = 40\,N \rightarrow 40\,N = 8\frac{m}{seg^2} \cdot m \rightarrow \boxed{m = 5\,kg}$ ✓

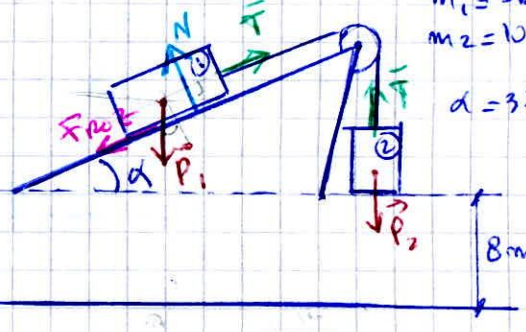
b) El módulo de la fuerza de rozamiento

$m = 5\,kg \rightarrow P = 50\,N \rightarrow P_x = 50\,N \cdot \operatorname{sen}(37) = 30\,N$

$F = F_{roz} + P_x \rightarrow F_{roz} = F - P_x = 40\,N - 30\,N$

$\boxed{F_{roz} = 10\,N}$ ✓

(47) Considerando que el sistema de dos bloques de la figura parte del reposo y el cuerpo de masa m_2 tarda 2 seg en recorrer la altura de 8 m, determinar, despreciando las masas de la cuerda y de la polea:



$m_1 = 5kg$
$m_2 = 10 kg$
$\alpha = 37°$

a) las aceleraciones de los bloques

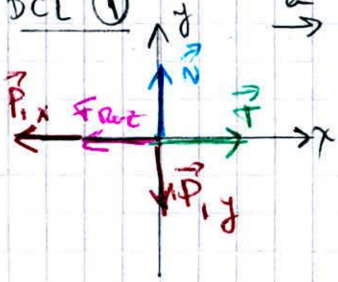
$$y_{(t)} = 8m - \frac{a}{2} t^2 \rightarrow y_{(2)} = 0 = 8m - \frac{a}{2} \cdot 2^2 seg^2 \rightarrow \boxed{|a| = 4\ m/seg^2}$$

hacia abajo en (2)

b) la fuerza en la cuerda

$P_1 = 50N$
$P_{1x} = 30N$
$P_{1y} = 40N$
$P_2 = 100N$

DCL (1)

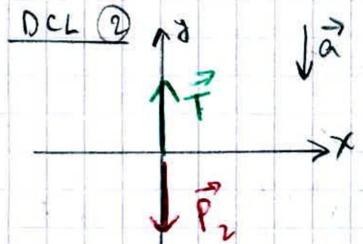


$\cdot\ \Sigma \vec{F}_x = m_1 \vec{a}_x$

$\boxed{T - P_{1x} - F_{Roz} = m_1 . a}$ (I)

$\cdot\ \Sigma \vec{F}_y = 0 \rightarrow \boxed{N = P_{1y} = 40N}$

DCL (2)



$\cdot\ \Sigma \vec{F}_x = 0$,

$\cdot\ \Sigma \vec{F}_y = m_2 (-a)$

$$T - P_2 = -m_2 . a \rightarrow T = \overset{100}{P_2} - \overset{10}{m_2}\,\overset{4}{a} = \boxed{60N = T}$$

c) la fuerza de roce entre el bloque de 5kg y el plano inclinado

(I) : $T - P_{1x} - F_{Roz} = m_1 . a$

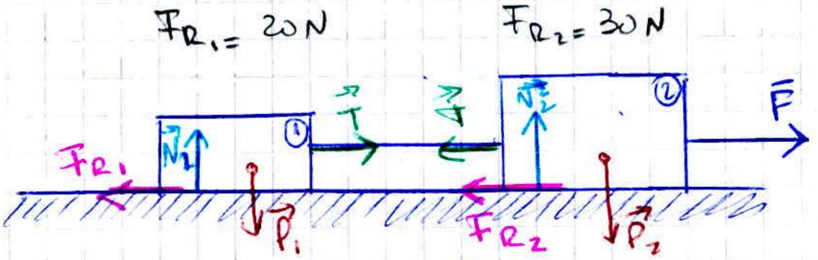
$$F_{Roz} = T - P_{1x} - m_1 . a = 60N - 30N - 5kg . 4\ m/seg^2 = 10N$$

$$\boxed{F_{Roz} = 10N}$$

(48) Dos bloques que reposan sobre una mesa están unidos por una cuerda de masa despreciable. El bloque m_1 experimenta una fuerza de 20 N (fuerza de rozamiento). Sobre otro bloque m_2 actúa una fuerza de roce de 30 N

$m_1 = 5\,kg$

$m_2 = 8\,kg$

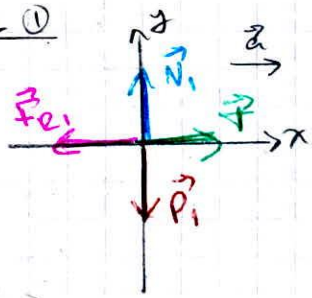


$P_1 = 50N$

$P_2 = 80N$

a) ¿Cuál debería ser el módulo de la fuerza de tiro paralela al plano aplicada al bloque de 8 kg que provoque en los bloques una aceleración de 1 m/seg²?

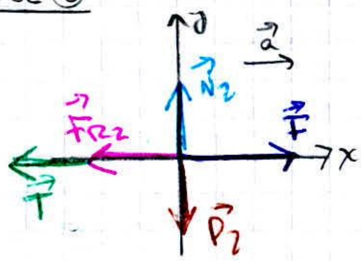
DCL ①



$\Sigma \vec{F}_x = m_1 \vec{a}_x$

$T - F_{R_1} = m_1 . a \rightarrow \boxed{T = F_{R_1} + m_1 . a}$ (I)

DCL ②



$\Sigma \vec{F}_x = m_2 \vec{a}_x$

$F - F_{R_2} - T = m_2 . a$

$\rightarrow F = F_{R_2} + T + m_2 . a =$

$= 30N + \overset{(I)}{\underbrace{\left(20\,N + 5\,kg . 1\frac{m}{seg^2}\right)}_{+}} + \left(8\,kg . 1\frac{m}{seg^2}\right) =$

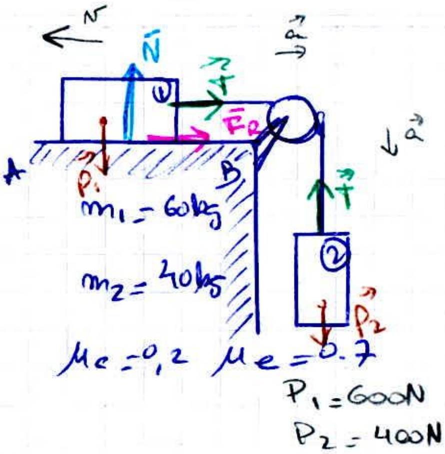
$= 63N$

$\boxed{F = 63N}$ ✓

b) ¿Cuál es el valor de la fuerza que efectúa la cuerda que los une?

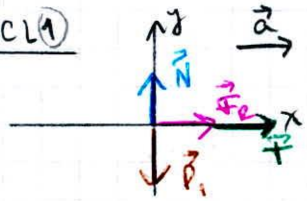
(I) $T = 20N + 5\,kg . 1\frac{m}{seg^2} = \boxed{25\,N = T}$ ✓

(49) Un cuerpo de masa m_1 se encuentra sobre la sup. AB, horizontal y con rozamiento como indica la figura.-
Está vinculado por una soga de masa despreciable con otro cuerpo de masa m_2
Si los cuerpos se desplazaban originalmente hacia la izq. con una velocidad de 2 m/s y admitiendo que la masa de la polea es despreciable,
Hallar:



a) el módulo de la aceleración de ambos cuerpos

DCL①



$v_0 = -2\ m/seg$

$\bullet \sum \vec{f}_x = m_1 . \vec{a}_x$

$T + F_R = m_1 . a \rightarrow \boxed{T = m_1\ a - F_R}$ (I)

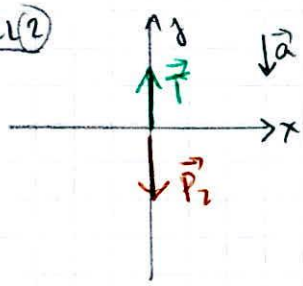
$\bullet \sum \vec{f}_y = 0$

$N = P_1 = 600N$

$F_R = \mu_c . N = 0,2\ 600N$

$F_R = 120N$

DCL②



$\bullet \sum \vec{f}_y = m_2 \vec{a}_y$

$T - P_2 = m_2\ (-a) \rightarrow \boxed{T = P_2 - m_2\ a}$ (II)

(I) y (II): $m_1\ a - F_R = P_2 - m_2\ a \rightarrow (m_1 + m_2)\ a = P_2 + F_R$

$\rightarrow a = \dfrac{400N + 120N}{100\ kg} \longrightarrow \boxed{a = 5,2\ m/seg^2}$ ✓

b) El módulo de la fuerza ejercida por la soga

(I) $T = m_1 . a - F_R = 60kg . 5,2\ m/s^2 - 120\ N = \boxed{192\ N = T}$ ✓

c) El tiempo que tarda en detenerse y la altura que asciende m_2

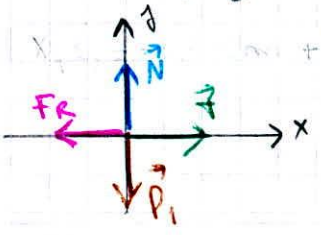
$a . t = v_f - v_0 \rightarrow t = \dfrac{2\ m/seg}{5,2\ m/seg^2} = \boxed{0,385\ seg = t}$ ✓

$Y_2(t) = Y_0 + v_0\ t + \dfrac{a}{2} t^2 \longrightarrow Y_2(t) = 2\ m/seg . t - \dfrac{5,2}{2} t^2 \rightarrow \boxed{Y(0,385) = 0,39\ m}$ ✓

d) ¿cuánto tiempo tardará en volver al punto de partida?

Se desplazó 0,39 m hacia la izquierda, y llega a $v = 0\ m/s \rightarrow$ reposo

Preg



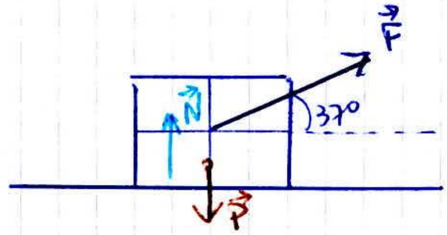
$F_{RE_{MAX}} = \mu_e\ N = 0,7 \times 600N = 420\ N$

$F_{RE} > T \therefore$ No se desplaza

X

+ vuelta

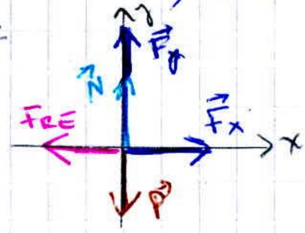
(50) Una persona tira de un canasto de masa 18 kg., que se encuentra en reposo. Aplicando una fuerza F de modulo 100 N como muestra la figura el canasto comienza a moverse



a) Hallar el coeficiente de roce estático μ_e

$F_{RE\,max} = \mu_e N$

DCL



$F = 100N$

$m = 18kg \quad P = 180N$

$F_x = F \cos(37) = 80N$

$F_y = F \operatorname{sen}(37) = 60N$

• $\Sigma \vec{F_x} = m \cdot \overset{0}{\vec{a_x}}$

$F_x - F_{RE} = 0$ (I)

• $\Sigma \vec{F_y} = 0$

$\overset{60N}{F_y} + N = \overset{180N}{P} \rightarrow \boxed{N = 120N}$

(I) $F_x = F_{RE\,Max} = 80N = \mu_E N = \mu_E 120N \rightarrow \boxed{\mu_E = 0,66}$ ✓

b) Si la aceleración con que comienza a moverse es de 2,5 m/s², hallar el coeficiente de roce cinético μ_c

• $\Sigma \vec{F_x} = m \cdot \vec{a_x}$

$F_x - F_{Rc} = m \cdot 2,5 \frac{m}{seg^2} \rightarrow 80N - 18 \times 2,5N = F_{Rc} = 35N$

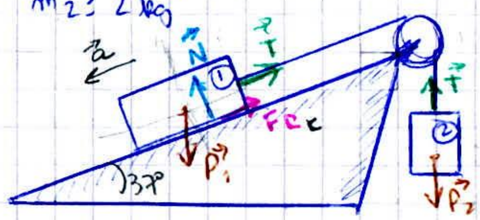
$35N = F_{Rc} = \mu_c N = \mu_c \cdot 120N \rightarrow \boxed{\mu_c = 0.29}$ ✓

alum. pb mat

(51) En el sistema de dos cajas de la figura, la caja 1 descansa sobre el plano inclinado con rozamiento.
Partiendo las cajas del reposo y despreciando las masas de la polea y de las cuerdas, determinar:

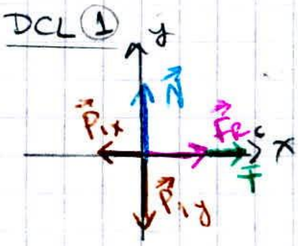
$m_1 = 4\ kg$ $\mu_E = 0{,}3$ $\mu_c = 0{,}2$

$m_2 = 2\ kg$



a) la aceleración del sistema y en qué sentido se desplazarán las cajas, la tensión de la cuerda y el valor de la fuerza de rozamiento.

DCL ①



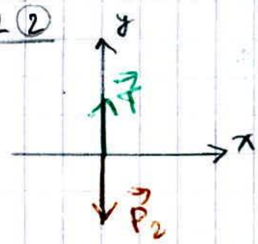
1° considero que NO se mueve $\rightarrow a = 0$

$P_1 = 40N$
$P_{1x} = 24N$
$P_{1y} = 32N$

$P_2 = 20N$

$F_{ROCE\ MÁX} = \mu e\ N$ Analizo si F_R es menor que $F_{ROCE\ MÁX}$. Si es así $\rightarrow$ No se mueve

DCL ②



- $\sum \vec{F}_x = 0 \rightarrow P_{1x} = F_R + T$ (I) $F_R = P_{1x} - T$
- $\sum \vec{F}_y = 0 \rightarrow N = P_{1y} = 32N$

$\rightarrow$ • $\sum \vec{F}_y = 0 \rightarrow T = P_2 = 20N \rightarrow \boxed{T = 20N}$ ✓

$\rightarrow$ si $a = 0 \rightarrow$ (I) $F_R = P_{1x} - T = 24N - 20N = 4N$

$\rightarrow \boxed{F_R = 4N}$ ✓

$F_{ROCE\ e\ máx} = 0{,}3 \cdot 32N = \boxed{9{,}6N = F_{R\,MAX}}$

$F_R < F_{R\,MAX}$ ∴ No se mueve ✓

$\boxed{a = 0}$ ✓

b) repetir a) si se le agrega a la caja 1, una masa de 2 kg ($m_1 = 6\ kg$)

Sigo suponiendo que no se mueve (uso los mismos DCL de a))

$P_1 = 60N$
$P_{1x} = 36N$
$P_{1y} = 48N$

$F_R = P_{1x} - T = 36N - 20N \rightarrow F_R = 16N$

$T = P_2 = 20N$
$N = P_{1y} = 48N$

$F_{R\,e\,máx} = 0{,}3 \cdot N = 0{,}3 \times 48N = 14{,}4N$

$F_R > F_{R\,E\,MAX}$ ∴ Se mueve

No = 0
si se mueve $\Rightarrow a \neq 0$

Se mueve ∴ $F_R = \mu_c \cdot N = 0{,}2 \cdot 48N \rightarrow \boxed{F_{Rc} = 9{,}6\ N}$ ✓

DCL 1 $\vec{a}$

- $\sum \vec{F}_x = m_1 \cdot \vec{a}_x \rightarrow \boxed{F_{Rc} + T - P_{1x} = m_1 \cdot (-a)}$ (I)
- $\sum \vec{F}_y = 0 \rightarrow \boxed{N = P_{1y}}$

DCL 2 $\vec{a}$

- $\sum \vec{F}_x = 0$
- $\sum \vec{F}_y = m_2 \cdot \vec{a}_y \rightarrow \boxed{T - P_2 = m_2 \cdot a} \rightarrow T = P_2 + m_2 \cdot a$ (II)

(I) y (II) : $F_{Rc} + P_2 + m_2 a - P_{1x} = -m_1 a$

$m_2 a + m_1 a = P_{1x} - F_{Rc} - P_2$

$\underbrace{a\,(m_1 + m_2)}_{8\,kg} = \underbrace{P_{1x}}_{36N} - \overbrace{F_{Rc}}^{9{,}6N} - \underbrace{P_2}_{20N} \rightarrow a = \frac{6{,}4N}{8\ kg} \rightarrow \boxed{a = 0{,}8\ m/seg^2}$ ✓

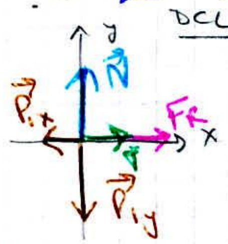
$T = \overbrace{P_2}^{20N} + \overbrace{m_2}^{2kg} \cdot \overbrace{a}^{0{,}8}$

$\boxed{T = 21{,}6N}$ ✓

cont 31

c) repetir a) si se le agrega a la caja 2 una masa de 1 kg. ($m_2 = 3$ kg) considerar reposo

DCL 1



$\boxed{1° \text{ considero que no se mueve}}$

$\bullet\ \sum \vec{F}_y = 0 \rightarrow \boxed{N = P_{1y} = 32N} \rightarrow \boxed{F_{roz\,máx} = 9{,}6N}$

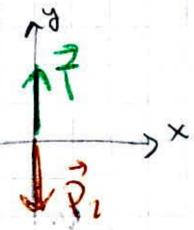
$P_1 = 40N$
$P_{1x} = 24N$
$P_{1y} = 32N$

$\bullet\ \sum \vec{F}_x = 0 \rightarrow F_R + T = P_{1x}$

$F_R = \overset{24N}{P_{1x}} - \overset{30}{P_2} = -6\ N$

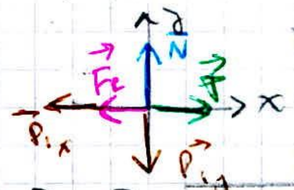
$P_2 = 30N$

DCL2



$\bullet\ \sum \vec{F}_y = 0 \rightarrow T = P_2$

$\therefore\ F_R = 6N$ hacia la izquierda



DCL 1 (*)

$F_R < F_{R\,MÁX}$

$\therefore$ No se mueve

$\boxed{a = 0\ m/seg^2}$ ✓ $\boxed{F_R = 6N}$ ✓ $T = P_{1x} + F_R = \boxed{30N = T}$ ✓

d) ¿qué masa se le debería agregar a la caja 2 del punto a) para que el sistema comience a moverse? ¿con qué aceleración lo hará?

$m_1 = 4kg \rightarrow P_1 = 40N\ ,\ P_{1x} = 24N,\ \ P_{1y} = 32N$

$m_2 = ?$

x DCL1 (*): $\bar{a}_y = 0 \rightarrow N = P_{1y} = \boxed{32N = N} \rightarrow \boxed{F_{roce\,E\,máx} = 9{,}6N}$

$\sum \vec{F}_x = m_1 . \vec{a}_x \rightarrow T - F_R - P_{1x} = m_1 a \rightarrow \boxed{T = m_1 a + F_R + P_{1x}}$ (I)

$\downarrow \vec{a}$ x DCL2: $T - P_2 = m_2 . (-a) \rightarrow \boxed{T = P_2 - m_2 a}$ (II)

x (I) y (II): $m_1 a + F_R + P_{1x} = P_2 - m_2 a \rightarrow a(m_1 + m_2) = P_2 - F_R - P_{1x}$ (III)

Si $F_R = 9{,}6\ N \rightarrow \underbrace{\text{no se mueve}}$. Si $F_R > 9{,}6 \rightarrow$ se mueve

$a = 0 \rightarrow P_2 - F_R - P_{1x} = 0 \rightarrow P_2 = \overbrace{9{,}6N + 24N}^{33{,}6N}$

Si $P_2 = 33{,}6N \rightarrow$ no se mueve. Si $P_2 > 33{,}6\ N \rightarrow$ se mueve

$P_2 = 33{,}6N = m_2 . g \rightarrow m_2 = 3{,}36\ kg \rightarrow$ $\boxed{\text{hay que adicionar más de } 1{,}36\ kg}$

• Hago los cálculos agregando 1,36 kg

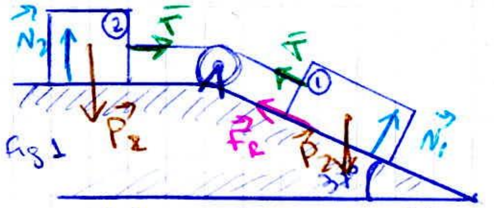
$F_{roz} = \mu_c . N = 0{,}2 . 32N = \boxed{6{,}4N = F_R}$ ✓

(III) $a = \dfrac{P_2 - F_R - P_{1x}}{m_1 + m_2} = \dfrac{33{,}6N - 6{,}4N - 24N}{4kg + 3{,}36kg} = \dfrac{3{,}2\ N}{7{,}36kg} \rightarrow \boxed{a = 0{,}435\ m/seg^2}$ ✓

$T = P_2 - m_2 a = 33{,}6N - 3{,}36\ kg \times 0{,}435\ m/seg^2 = \boxed{32{,}14N = T}$ ✓

Ej. IMPORTANTE (hecho en clase 28/5/18)

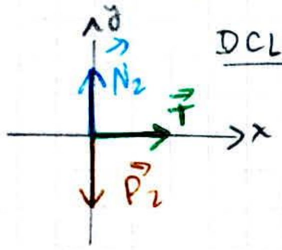
(52) El sistema de los dos carritos de la fig. 1, se encuentra en reposo. Sabiendo que entre el cuerpo 1 y el plano existe rozamiento y entre el cuerpo 2 y el plano no:



a) hallar el valor de la fuerza de rozamiento. Calcule el μ_e mínimo necesario para que esto ocurra.

$m_2 = 14$ kg $\quad m_1 = 6$ kg

$\mu_c = 0,5$



DCL (2)

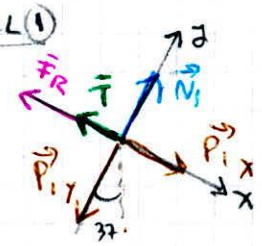
Reposo $\to a = 0\ m/s^2$

$\bullet\ \Sigma \vec{F_x} = 0 \to \boxed{T = 0\ N}$ (I)

$\bullet\ \Sigma \vec{F_y} = 0 \to \boxed{N_2 = P_2 = 140\ N}$

$P_1 = 60N$
$P_{1x} = 36N$
$P_{1y} = 48N$
$P_2 = 140N$

DCL (1)



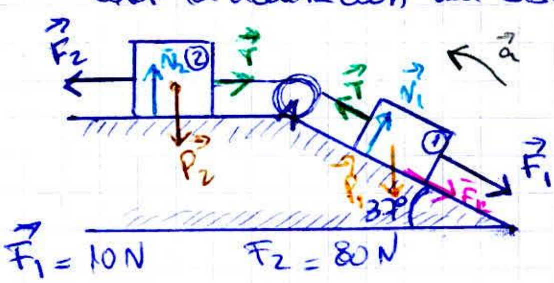
$\bullet\ \Sigma \vec{F_x} = 0 \to P_{1x} = F_R + T \overset{\times (I)}{=} \boxed{F_R = 36\ N}$ ✓

$\bullet\ \Sigma \vec{F_y} = 0 \to N_1 = P_{1y} = 48N$

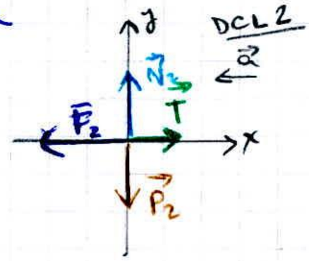
Si está quieto $\to F_R = 36\ N$ es menor que $F_{Roz.\,máx\,E}$

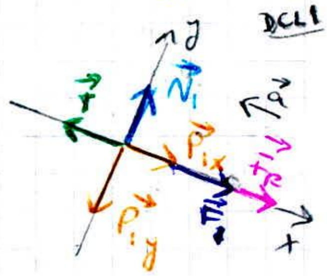
$F_{R_E\,máx} = \mu_e . N \xrightarrow{F_R = 36N} \boxed{\mu_{e\,min} = \frac{F_R}{N_1} = \frac{36N}{48N} = 0,75}$ ✓

b) Luego se le aplican sendas fuerzas como se indica en la fig. 2. Calcular la aceleración del sistema



$\vec{F_1} = 10N \quad F_2 = 80N$





1° considero que permanece en reposo $\to a = 0 \to \begin{cases} T = F_2 = 80N \\ \underset{80N}{T} = \underset{36N}{P_{1x}} + F_R + \overset{10N}{F_1} \to \boxed{F_R = 34\ N} \end{cases}$

se debe tomar $\mu_e = 0{,}6$ (aparece en guías nuevas)

$F_{R\,máx} = \overset{0,6}{\mu_e} . N_1 = 28,8N$

$F_R > F_{R_E.\,máx} \therefore a \neq 0$ pues se mueve

$\to a \neq 0$: DCL 2: $T - F_2 = m_2(-a) \to \boxed{T = F_2 - m_2\, a}$ (1)

DCL 1: $P_{1x} + F_1 + F_{R_c} - T = m_1(-a) \to \boxed{T = P_{1x} + F_1 + F_{R_c} + m_1\, a}$ (2)

$\times$ (1) y (2): $F_2 - m_2 a = P_{1x} + F_1 + F_R + m_1 a \to F_2 - P_{1x} - F_1 - F_{R_c} = a(m_1 + m_2)$

$F_{R_c} = \mu_c . N_1 = 0,5 . 48N = 24N \qquad (80 - 36 - 10 - 24)N = a\,(6 + 14)$ kg

$\boxed{a = 0,5\ m/seg^2}$ ✓

hacia la izq.

c) Si en cierto instante se corta la cuerda que une ambos cuerpos, hallar el mov. posterior de ambos carritos

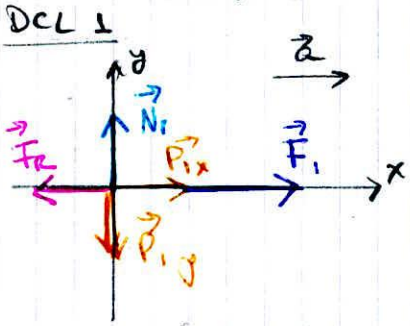
Si se corta $\rightarrow T = 0\,N$

$T = 0\,N \xrightarrow{\times} ①$ a) b): $F_2 = m_2\, a \rightarrow a = \frac{F_2}{m_2} = \frac{80\,N}{14\,kg} = 5{,}71\ m/seg^2$

$$\boxed{a_2 = 5{,}71\ m/seg^2}$$ ✓

Para el cuerpo 1 hago un nuevo DCL:

DCL 1



$F_R = 0{,}5 \cdot N_1 = 24N$

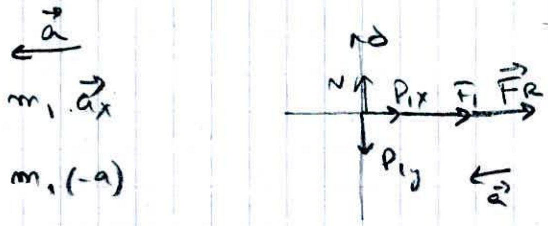
• $\sum \vec{F}_x = m_1\, \vec{a}_x$

$P_{1x} + F_1 - F_R = m_1\, a_1$

$36N + 10N - 24N = 6\,kg\ a_1 \rightarrow \boxed{a_1 = 3{,}66\ m/seg^2}$

↳ bajando

• Subiendo: $\sum \vec{F}_x = m_1\, \vec{a}_x$



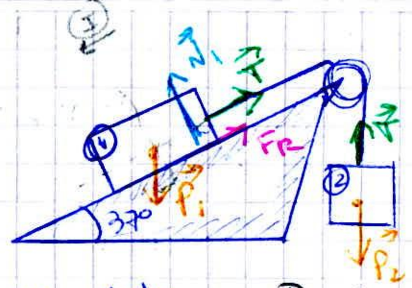
$P_{1x} + F_1 + F_R = m_1\,(-a)$

$36N + 10N + 24N = -\underbrace{m_1}_{6\,kg}\, a \rightarrow \boxed{a = -11{,}66\ m/seg^2}$

Dinám. pto mat.

hecho en clase 4/6/18

(53) En el sistema de dos bloques de la figura, el bloque 1 descansa sobre el plano inclinado con rozamiento. Partiendo los bloques con velocidad inicial nula y despreciando las masas de la polea y de las cuerdas, determinar para los sig. casos:



$m_1 = 40\,kg$ $\quad P_1 = 400\,N$
$m_2 = 10\,kg$ $\quad P_2 = 100\,N$

I) $\mu c = 0{,}1$ $\qquad \mu e = 0{,}2$

II) $\mu c = 0{,}5$ $\qquad \mu e = 0{,}6$

$P_{1x} = 240\,N$
$P_{1y} = 320\,N$

a) el valor de la fuerza de rozamiento sobre el cuerpo 1

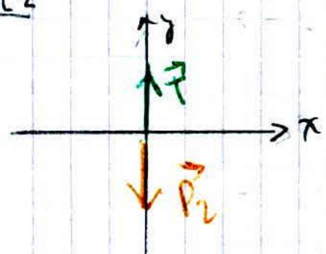
1° supongo que se mantienen en reposo $\rightarrow a = 0$

DCL 1

$a = 0 \rightarrow T + F_{R_E} = P_{1x}$

$N_1 = P_{1y} = \boxed{320\,N = N_1} \rightarrow F_{R_E\,máx} = \mu e \cdot N_1$

DCL 2



$T = P_2 = 100\,N \rightarrow \overset{100N}{T} + F_{R_E} = \overset{240N}{P_{1x}} \rightarrow \boxed{F_{RE} = 140\,N}$

caso (I) : $\mu_E = 0{,}2 \rightarrow F_{RE\,máx} = 64\,N$

en el caso (I) $F_R > F_{RE\,max} \rightarrow$ se mueve

$\bar a \neq 0 \rightarrow$ DCL 1: $\Sigma \vec F_x = m_1 \cdot \vec a_x \rightarrow T + F_{Rc} - P_{1x} = m_1(-a)$

$\boxed{T = P_{1x} - F_{Rc} - m_1 a}$ ①

DCL 2: $\uparrow \vec a$: $T - P_2 = m_2 \cdot a \rightarrow \boxed{T = P_2 + m_2 a}$ ②

$F_{Rc} = 0{,}1 \times 320\,N = 32\,N$

$\boxed{caso\ (I) : F_{Rc} = 32\,N}$

caso II: $F_{RE\,máx} = 0{,}6 \times 320\,N = 192\,N = F_{R\,máx}$

$F_R = 140\,N < F_{RE\,máx} = 192\,N \therefore \boxed{F_{R_E} = 140\,N}$

b) el módulo de la aceleración de cada cuerpo

caso (II) no se mueve: $\boxed{a_{II} = 0\,m/seg^2}$ ✓

caso (I): $\times$ ① y ② : $P_{1x} - F_{Rc} - m_1 a = P_2 + m_2 a \rightarrow a(m_1 + m_2) = P_{1x} - F_{Rc} - P_2$

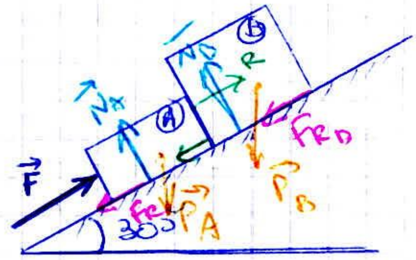
$\rightarrow a = \dfrac{240N - 32N - 100N}{40kg + 10kg} = \dfrac{108}{50}\,m/seg^2 \rightarrow \boxed{a_I = 2{,}16\,m/seg^2}$ hacia la izq.

c) las fuerzas ejercidas por las cuerdas.

caso II $\rightarrow a = 0 \rightarrow T = P_2 = \boxed{100\,N = T_{II}}$ ✓ $\quad$ caso I : $\times$ ②: $T = \underbrace{P_2}_{100N} + \overset{10kg}{m_2} \cdot \overset{2{,}16\,m/s^2}{a} = \boxed{121{,}6\,N = T_I}$ ✓

clase 4/6/18

54) Por la acción de la fuerza $F = 47\,N$, los cuerpos A y B de masas 2 kg y 3 kg, ascienden sobre un plano inclinado 30° respecto a la horizontal. Los coeficientes de roce cinético entre los cuerpos y el plano son 0,3 y 0,2 respectivamente.
Si al iniciarse el movimiento se inicia también el cómputo del tiempo,

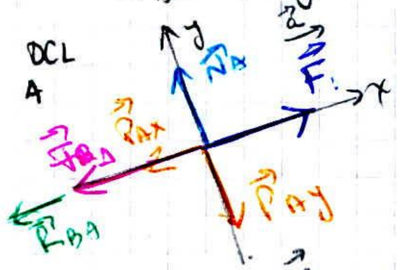


a) dar la expresión del desplazamiento en función del tiempo.

$m_A = 2\,kg$ $\quad P_A = 20\,N \quad P_{Ax} = 10\,N \quad P_{Ay} = 17{,}3\,N \quad \mu_{Ac} = 0.3$

$m_B = 3\,kg$ $\quad P_B = 30\,N \quad P_{Bx} = 15\,N \quad P_{By} = 26\,N \quad \mu_{Bc} = 0.2$

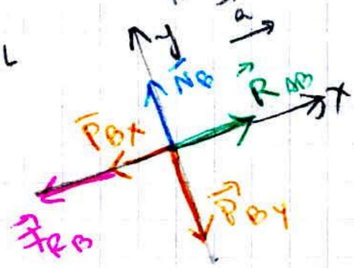
DCL A



- $\sum \vec{F}_x = m_A \cdot \vec{a}_x \rightarrow \boxed{F - P_{Ax} - F_{RA} - R_{BA} = m_A \cdot a}$ (I)
- $\sum \vec{F}_y = 0 \rightarrow \boxed{N_A = P_{Ay} = 17{,}3\,N}$

$F_{RA} = \mu_{Ac} \cdot N_A = 0.3 \times 17{,}3\,N = \boxed{5{,}20\,N = F_{RA}}$

DCL B



- $\sum \vec{F}_x = m_B \cdot \vec{a}_x \rightarrow \boxed{R_{AB} - F_{RB} - P_{Bx} = m_B\, a}$ (II)
- $\sum \vec{F}_y = 0 \rightarrow \boxed{N_B = P_{By} = 26\,N}$

$F_{RB} = \mu_{Bc} \cdot N_B = 0.2 \times 26\,N = \boxed{5{,}20\,N = F_{RB}}$

$$\left.\begin{array}{l} \text{(I)}\ R_{BA} = F - P_{Ax} - F_{RA} - m_A\, a \\ \text{(II)}\ R_{AB} = F_{RB} + P_{Bx} + m_B\, a \end{array}\right\} \quad F - P_{Ax} - F_{RA} - m_A a = F_{RB} + P_{Bx} + m_B a$$

$$a\,(m_A + m_B) = F - P_{Ax} - F_{RA} - F_{RB} - P_{Bx}$$

$$a\,(2\,kg + 3\,kg) = (47 - 10 - 5{,}2 - 5{,}2 - 15)\,N$$

$$\boxed{a = 2{,}32\ m/seg^2}$$

$$\boxed{X_{(t)} = 1{,}16\ \frac{m}{seg^2}\ t^2}$$ ✓

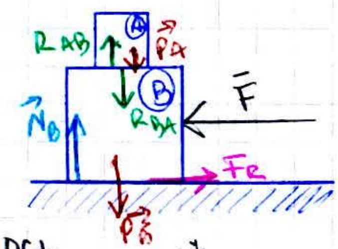
b) Hallar la fuerza que el cuerpo A ejerce sobre el cuerpo B

$$R_{AB} \overset{\text{(I)}}{=} F - P_{Ax} - F_{RA} - m_A \cdot a = 47\,N - 10\,N - 5{,}2\,N - 2\,kg \times 2{,}32\ m/seg^2 = 27{,}16\,N$$

$$\boxed{R_{AB} = 27{,}16\,N}$$ ✓

(55) El bloque A de la fig. tiene una masa de 4 kg y el bloque B, una masa de 8 kg. El coeficiente de roce cinético en todas las superficies es $\mu_c = 0,25$.
Calcular la fuerza horizontal necesaria a aplicar en el bloque B para que éste se mueva hacia la izq. con velocidad constante si:

a) A descansa sobre B y se mueve junto con él



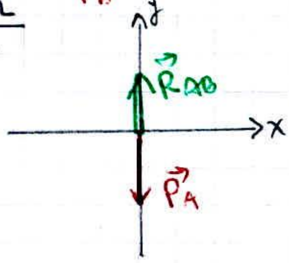
$m_A = 4\,kg \quad P_A = 40\,N$

$m_B = 8\,kg \quad P_B = 80\,N$

$\mu_c = 0.25$

v cte $\Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$

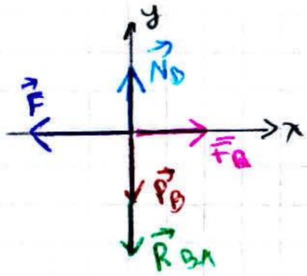
DCL A



como $a = 0 \rightarrow \Sigma \vec{F}_x = 0 \rightarrow F_R = 0$

$\bullet\ \Sigma \vec{F}_y = 0 \rightarrow \boxed{R_{AB} = P_A = 40\,N}$

DCL B

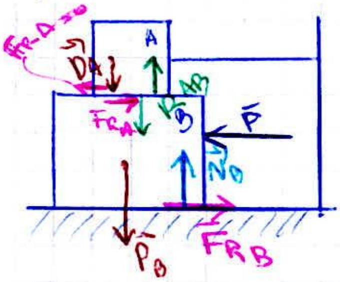


$\bullet\ \Sigma \vec{F}_x = 0 \rightarrow \boxed{F_R = F}$ ①

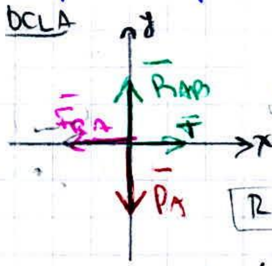
$\bullet\ \Sigma \vec{F}_y = 0 \rightarrow N_B = P_B + R_{BA} = 80\,N + 40\,N = \boxed{120\,N = N_B}$

$F_R = \mu_c N_B = 0,25 \times 120\,N = \boxed{30\,N \overset{①}{=} F}$

b) A se mantiene en reposo respecto de la mesa



DCL A

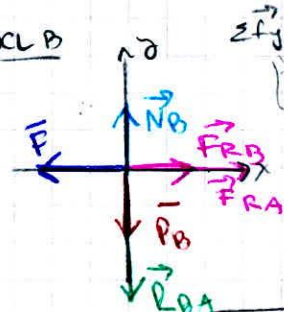


$a = 0$

$R_{AB} = P_A$

$\boxed{R_{AB} = 40\,N}$

DCL B



$\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow a)$

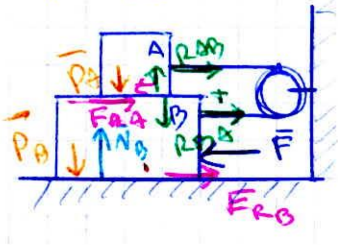
$\boxed{N_B = 120\,N}$

$\cdot\ \Sigma \vec{F}_x = 0$

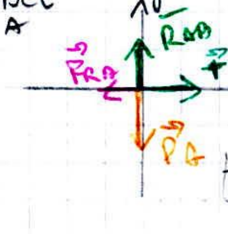
$F = F_{RB} + F_{RA}$

$F = F_{RB} + F_{RA} = \underbrace{\mu_c N_B + \mu_c R_{AB}}_{\mu_c (N_B + R_{AB})} = 0,25\,(120\,N + 40\,N) = \boxed{40\,N = F}$

c) A y B están unidos por una cuerda ligera e inextensible que pasa por una polea de masa despreciable y sin rozamiento



DCL A

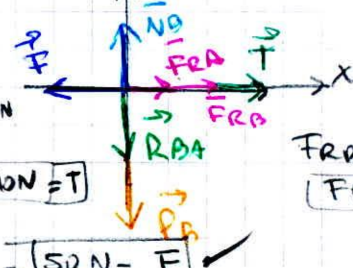


$T = F_{RA}$

$R_{AB} = P_A = 40\,N$

$\boxed{F_{RA} = 0.25 \times 40\,N = 10\,N = T}$

DCL B



$N_B = \overset{40}{R_{BA}} + \overset{80}{P_B}$

$\boxed{N_B = 120\,N}$

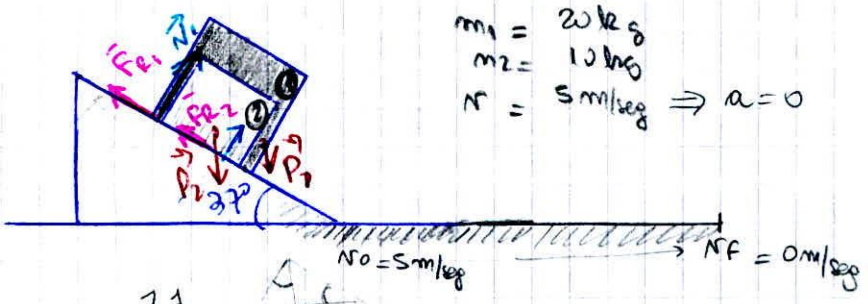
$F_{RB} = 0,25\,N_B$

$\boxed{F_{RB} = 30\,N}$

en DCL B: $F = F_{RA} + F_{RB} + T = 10\,N + 30\,N + 10\,N = \boxed{50\,N = F}$

(56) Una caja de 20 kg de masa que contiene en su interior a otra de 10 kg desciende por un plano inclinado de 37° con una velocidad constante de 5 m/s debido al rozamiento
Si el coeficiente de fricción se mantiene constante durante todo el movimiento, calcular:

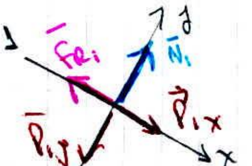
a) la distancia que recorren los cuerpos sobre el plano horizontal antes de detenerse.



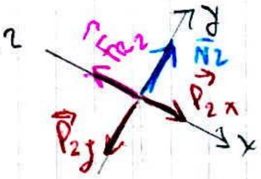
$m_1 = 20 kg$
$m_2 = 10 kg$
$V = 5 m/seg \Rightarrow a = 0$

$P_1 = 200 N$
$P_{1x} = 120 N$
$P_{1y} = 160 N$

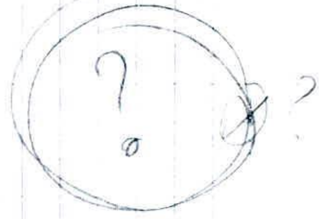
$P_2 = 100 N$
$P_{2x} = 60 N$
$P_{2y} = 80 N$

DCL 1


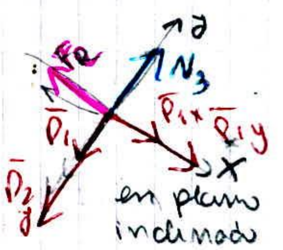
V cte $\Rightarrow a = 0$ $\quad N_1 = P_{1y} = 160 N$
$F_{R1} = P_{1x} = 120 N$

DCL 2


$a = 0 \rightarrow N_2 =$

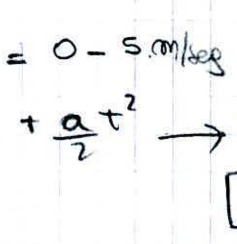


todo en un bloque



$N_3 = P_{1y} + P_{2y} = 240 N$ $\quad \rightarrow F_R = \mu_c N$

$F_R = P_{1x} + P_{2x} = 180 N = F_R$ constante ? $\boxed{\mu_c = 0{,}75}$



en $y \rightarrow a = 0$
$N = P_1 + P_2 = 300 N \longrightarrow F_R = 0{,}75 \times 300 N$
$\boxed{F_{RH} = 225}$

$\Sigma \vec{F}_x = m_{(1+2)} \times \vec{a}_x$

$-F_{RH} = m_{(1+2)} \cdot a \rightarrow \frac{-225 N}{30 kg} = \boxed{a = -7{,}5 m/seg^2}$

$a t = V_f - V_0 = 0 - 5 m/seg \rightarrow t = \frac{-5 m/seg}{-7 m/seg^2} = \boxed{0{,}66 seg}$

$X_{(t)} = \overset{0}{X_0} + V_0 t + \frac{a}{2} t^2 \longrightarrow X_{(0,66)} = 5 \frac{m}{seg} \times 0{,}66 seg - \frac{7{,}5}{2} \frac{m}{seg^2} 0{,}66^2 seg^2$

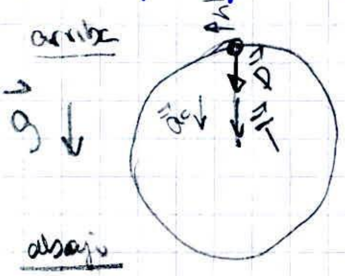
$\boxed{X_{(0,66)} = 1{,}66 m}$ ✓

b) la fuerza que la caja exterior ejerce sobre la interior durante el mov. horizontal

No entiendo qué fuerza pide :c

Dinámica del mov. circular y fuerza gravitatoria

(57) ¿Con qué velocidad mínima habrá que hacer girar un pequeño balde con agua en un plano vertical para que ella no se derrame?
Radio de giro 1 m



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}_c$$

$$P + T = m\frac{v^2}{R}$$

si $T \to 0$

$$P = m\frac{v_{min}^2}{R}$$

$$\cancel{m}g = \frac{\cancel{m}v_{min}^2}{R}$$

$$\sqrt{gR} = v_{min}$$

Para que el agua no se derrame, la tensión que tenga la cuerda NO puede ser 0 N pues si no se caería. Pero se calcula como si T tiende a cero → $\boxed{T \to 0}$

$$\therefore (P + T) \to P$$

$$P + T = m.a_c$$

$$P = m.a_c$$

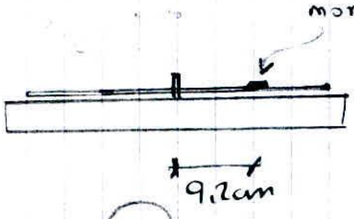
$$\cancel{m}g = \cancel{m}.a_c \longrightarrow a_c = \frac{v^2}{R}$$

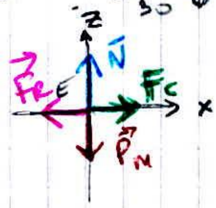
$$g = \frac{v^2}{R} \longrightarrow v^2 = g.R = 10\frac{m}{seg^2}.1m.$$

cuando $T \to 0$ v es mínima $\to v_{min}^2 = 10\frac{m^2}{seg^2} \to \boxed{v_{min} = \sqrt{10}\ m/seg}$

(58) Se coloca una moneda pequeña sobre el plato de un tocadisco que gira con una frecuencia de 33 1/3 rpm. y se pone en funcionamiento. La moneda permanece quieta respecto al plato si está a una distancia de 9,2 cm o menor, del centro de rotación. Pero si está situada a una distancia mayor, desliza respecto del plato
¿Cuánto vale μe entre la moneda y el plato giratorio?

$\omega = 2\pi f \rightarrow \omega = \frac{2\pi \cdot 33.33 \text{ vueltas}}{\cancel{60} \text{ seg}} = 1{,}111\pi \rightarrow \boxed{\omega = 3{,}49}$ r/seg





en z no se mueve $\Rightarrow N = P = m.g$

en x no se mueve (si $r \leq 9{,}2$ cm) $\Rightarrow F_c = Fr_E$

$F_c = m.a_c = m.\omega^2 R = m.3{,}49^2.R$

r = 9,2cm

$Fr_e\ max = \mu e . N = \mu e . mg$ (I)

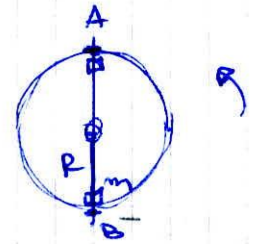
(II) $F_c = m\omega^2 R$ es máx (sin moverse) cuando R sea máx.

(I) y (II) $\mu e\ \cancel{m} g = \cancel{m}\omega^2 0{,}092m \rightarrow \mu e = \frac{\omega^2 0{,}092m}{g} \rightarrow \boxed{\mu e = 0{,}11}$

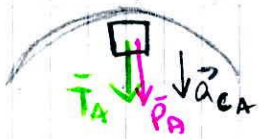
---

(59) Un cilindro de masa m puede deslizarse libremente insertado en una varilla metálica de longitud R y dotada de un tope en su extremo. Por medio de un motor, se la hace girar en un plano vertical con una frecuencia de 60 vueltas por minuto. Hallar m y R sabiendo que la fuerza que realiza el tope sobre m en los puntos A y B de la trayectoria, son, respectivamente:

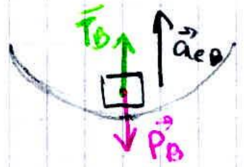
$T_A = 50N$ $\qquad T_B = 95N$



en A:



en B.



$\boxed{T_B - P_B = m.a_{c_B}}$ (2)

$-T_A - P_A = -m\,a_{cA}$

$P_A = P_B = m.g \qquad \rightarrow \boxed{T_A + P_A = m\,a_{cA}}$ (1)

$f = \frac{60}{60 seg} = \boxed{\frac{1}{seg} = f}$

$\omega = 2\pi.f = \boxed{\frac{2\pi}{seg} = \omega}$

$a_c = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{seg}\right)^2 . R = a_c = a_{cA} = a_{cB}$

(1) $T_A + m.g = m.a_c$
(2) $T_B - mg = m.a_c$

$T_A + mg = T_B - mg \rightarrow 2mg = \overset{95}{T_B} - \overset{50}{T_A} = 45N$

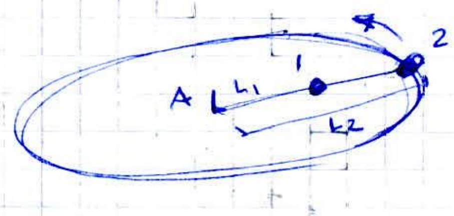
$\boxed{m = 2{,}25 kg}$

de (1) $50N + 2{,}25kg \times 10 m/seg^2 = 2{,}25kg . a_c \rightarrow a_c = 32{,}22 m/seg^2$

$a_c = \left(\frac{2\pi}{seg^2}\right)^2 . R = 32{,}22 m/seg^2 \rightarrow \boxed{R = 0{,}82 m}$

Din. pto mat.

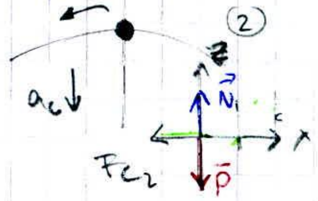
(60) Dos masas puntuales $m_1 = 100\,gr$ y $m_2 = 200\,gr$. Se hacen girar atados a un hilo alrededor del punto A en un plano horizontal sin rozamiento, como indica la figura.
Si la velocidad angular es $\omega = \frac{2}{seg}$ hallar las tensiones de los hilos.



$L_1 = 10\,cm = 0{,}1\,m \quad L_2 = 60\,cm = 0{,}6\,m$

$\boxed{a_c = \omega^2 R}$

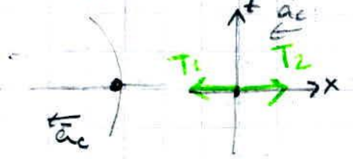
$m_1 = 0{,}1\,kg$
$m_2 = 0{,}2\,kg$
$\omega = 2/seg$



$F_{c_2} = m_2 . a_{c_2} = \omega^2 L_2 . m$

$F_{c_2} = 0{,}2\,kg . \frac{4}{seg^2}\, 0{,}6\,m = \boxed{0{,}48\,N = F_{c_2}} = T_2$ ✓

en (1)

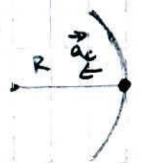


$T_1 = F_{c_1}$

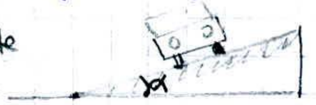
$T_1 - T_2 = m_1 a_{c_1} = m_1\ \omega^2 L_1 = 0{,}1\,kg\ \frac{4}{seg^2}\ 0{,}1\,m$

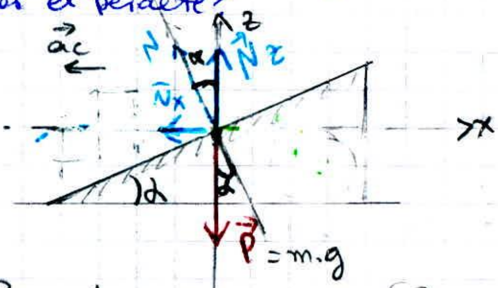
$\rightarrow T_1 = T_2 + 0{,}04\,N = \boxed{0{,}52\,N = T_1}$ ✓

(61) Se desea diseñar un tramo de una autopista donde hace una curva de radio $R = 310\,m$. Si se desea que allí los automóviles viajen a una velocidad de $v = 25\,m/seg$ ¿qué ángulo debe tener el peralte?



Peralte





$N_z = N \cos(\alpha)$

$N_x = N\ sen(\alpha)$

$N_z = P \rightarrow N \cos(\alpha) = m\,g$ (I)

$N_x = m.a_c \rightarrow N\,sen(\alpha) = m . \frac{v^2}{R}$ (II)

$a_c = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$

(I) $N = \frac{m g}{\cos(\alpha)}$

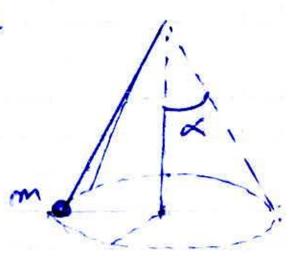
(II) $N = \frac{m . v^2}{sen(\alpha) R}$

$\frac{\cancel{m} g}{\cos(\alpha)} = \frac{\cancel{m} v^2}{sen(\alpha) R} \rightarrow \underbrace{\frac{sen(\alpha)}{\cos(\alpha)}}_{tg(\alpha)} = \frac{v^2}{R} = \frac{25^2\,m^2/seg^2}{310\,m\ g}$

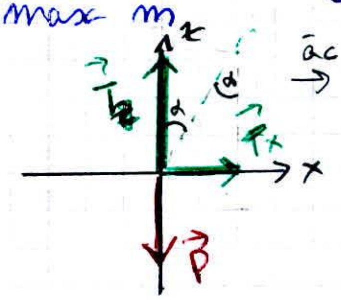
$tg(\alpha) = 0{,}2016 \rightarrow \boxed{\alpha = 11{,}4^\circ}$ ✓

NOTA

(62) Se hace girar un péndulo de longitud $l = 2m$ de manera que la masa m describe una circunferencia horizontal de radio R como muestra la figura (péndulo cónico)



a) Realizar el diagrama de cuerpo libre de la masa m

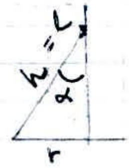


$T_x = T\,\text{sen}(\alpha)$

$T_z = T\cos(\alpha)$

$\alpha = 30°$

$m = 0,4\,kg$



$l = 2m$

$P = 4N$

b) Hallar su velocidad tangencial

$v = \omega R$, $R = \text{sen}(\alpha) \cdot l = 2m \cdot \text{sen}(30°) = \boxed{1m = R}$

$T_x = m \cdot a_c = T\,\text{sen}(\alpha) = m \cdot \frac{v^2}{R} \rightarrow \boxed{v^2 = \frac{T\,\text{sen}(\alpha) \cdot R}{m}}$ ①

$T_z = P = T\cos(\alpha) \rightarrow T = \frac{P}{\cos(\alpha)} = \frac{4N}{\cos(30)} \rightarrow \boxed{T = 4,62\,N}$ ②

① $\rightarrow v^2 = \frac{4,62\,N \cdot \text{sen}(30) \cdot 1m}{0,4\,kg} = 5,775\,\frac{m^2}{seg^2} \rightarrow \boxed{v = 2,40\,m/seg}$ ✓

c) Hallar la tensión de la cuerda ② $\boxed{T = 4,62\,N}$ ✓

(63) ¿Cuál es el periodo de un péndulo cónico de una longitud $l = 1m$ cuya cuerda forma un ángulo de 30° con la vertical?

$P = \frac{1}{f}$, $\omega = 2\pi f$

$R = l \cdot \cos(\alpha) = 1m \cdot \text{sen}(30) = 0,50\,m$

$R = 0,87\,m$

$T_z = T\cos(\alpha) = P = m \cdot g \rightarrow \boxed{T = \frac{mg}{\cos(\alpha)}}$ ①

$T_x = T\,\text{sen}(\alpha)$; $T_x = m \cdot a_c = m \cdot \omega^2 R$

$\rightarrow T\,\text{sen}(\alpha) = m\,\omega^2 R \rightarrow \boxed{T = \frac{m\,\omega^2 R}{\text{sen}(\alpha)}}$ ②

de ① y ② : $\frac{\cancel{m}\,g}{\cos(\alpha)} = \frac{\cancel{m}\,\omega^2 R}{\text{sen}(\alpha)} \rightarrow \omega^2 = \frac{g\,\text{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)\,R} = \frac{g}{R}\,tg(\alpha) = \frac{10\,m/s^2 \cdot tg(30)}{0,5\,mm}$

$\omega^2 = \frac{11,55}{s^2} \rightarrow \omega = 3,398 = 2\pi f = \frac{2\pi}{P} \rightarrow \boxed{P = 1,85\,seg}$ ✓

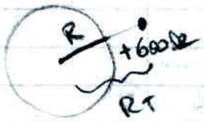
(64) Determinar la masa de la tierra sabiendo que el radio de la misma es de 6.400 Km

El peso de cualquier cuerpo es $P = m.g$ donde $g = \frac{G.M_T}{R_T^2}$

$\rightarrow M_T = \frac{g\, R_T^2}{G}$, $G \cong 6{,}67 \times 10^{-11}$ $\rightarrow M_T = \frac{10\, m/s^2 \cdot 6.400\,000^2\, m^2}{6{,}67 \times 10^{-11}}$

$\boxed{M_T \cong 6{,}14 \times 10^{24}\, kg}$ ✓

(65) Hallar la aceleración gravitatoria a la que está sometido un satélite artificial de la tierra que se encuentra orbitando alrededor de ella a una altura de 600 km



$R = 6400\ km$ (ej 64)

$R_T = 6400\ km + 600\ km = 7000\ km$

$\cancel{m_{sat}} . a = \frac{\cancel{m_{sat}}\ m_{Tierra} \times G}{R_T^2} = \frac{6{,}14 \times 10^{24} \times 6{,}67 \times 10^{-11}}{7000\,000^2\, m^2} = 8{,}35$

$\boxed{a_s = 8{,}35\ m/seg^2}$ ✓

(66) Deducir la tercera ley de Kepler para órbitas circulares

(67) Determinar el radio de la órbita de un satélite terrestre sincrónico (geoestacionario) ¿qué velocidad posee en dicha órbita?

geoestacionario → Se mueve con la tierra. Es como si estuviese unido al centro de la tierra con una barra que pasa por un punto fijo de la sup. de la tierra

$$a_c = g = \omega^2 R \overset{?}{=} \omega^2 . (R_T + d)$$

$$g = \underbrace{\frac{G\, M_T}{(R_T + d)^2} = \omega^2 (R_T + d)}$$

$$\omega = 2\pi f \longrightarrow \omega = \frac{7{,}27 \times 10^{-5}}{seg}$$

$$F = \frac{1\,vuelta}{1\,día} = \frac{1}{86\,400 seg}$$

$$\frac{G\, M_T}{\omega^2} = (R_T + d)^3$$

$$\rightsquigarrow \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 6{,}14 \times 10^{24}}{(7{,}27 \times 10^{-5})^2} = 7{,}749 \times 10^{22} = (\overbrace{R_T + d}^{R})^3$$

$$\rightsquigarrow \quad R = 42632597\ m = 42632{,}6\ km = \boxed{4{,}26 \times 10^7\ m = R}\ ✓$$

$$v = \omega (R_T + d) = \frac{7{,}27 \times 10^{-5}}{seg} . 42632{,}6 km = \boxed{v = 3{,}10\ km/seg} \equiv 11158\ km/h\ ✓$$

---

(68) Calcular la velocidad de un satélite que orbita alrededor de la tierra a 630 km de la superficie

$$R = R_T + 630 km = 6400\ km + 630 km = 7030\ km = \boxed{7{,}03 \times 10^6\ m = R}$$

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G M_T}\ (I) \rightarrow 3°\ ley\ de\ Kepler, \quad v = \omega . R \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

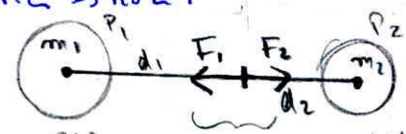
$$(II)\quad \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

Uso (II) en (I)

$$\frac{G\, M_T}{R^3} = \frac{4\pi^2}{T^2} = \omega^2 = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 6{,}14 \times 10^{24}\ kg}{(7{,}03 \times 10^6\ m)^3} = 1{,}18 \to \omega = 1{,}086 \times 10^{-3}$$

$$v = \omega . R = 1{,}086 \times \frac{10^{-3}}{seg} . 7{,}03 \times 10^6\ m = 7634\ m/seg = \boxed{7{,}63\ km/seg = v}\ ✓$$

(69) Si en el universo existieran solo dos cuerpos puntuales de masas 90 kg y 40 kg separados por 12 m ¿cuál sería la posición del punto en el que la aceleración gravitatoria es nula?



$m_1 = 90 kg$ $\quad m_2 = 40 kg$

$\boxed{Si\ a = 0 \to F_1 = F_2}$

$$d = d_1 + d_2 \qquad F_{P_1} = m_1 . g_1 \qquad F_{P_2} = m_2\, g_2$$

$$\left.\begin{matrix} g_1 = \frac{G M}{d_1^2} \\ g_2 = \frac{G M}{d_2^2} \end{matrix}\right\} \to \quad F_{P_1} = \frac{m_1 . MG}{d_1^2} = \frac{m_1\ MG}{(d - d_2)^2} \quad (I)$$

$$F_{P_2} = \frac{m_2\ MG}{d_2^2}$$

(I)

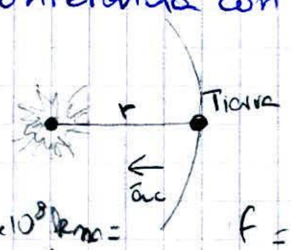
$$\frac{m_1\ MG}{(d - d_2)^2} = \frac{m_2\ MG}{d_2^2} \to m_1\, d_2^2 = m_2 (d - d_2)^2 \longrightarrow 90 kg\ d_2^2 = 40 kg\ (12 m - d_2)^2$$

$$\rightsquigarrow \frac{90 kg}{40 kg} d_2^2 = 144 m^2 - 24 m d_2 + d_2^2 \to 0 = -\frac{5}{4} d_2^2 - 24 d_2^2 + 144 \xrightarrow{0 < d_2 < 12m} d_2 = 4{,}8\ m$$

$\boxed{\text{la posic. es a 4,8 m del cuerpo de menor masa}}$ ✓

Dinám. pto mat

(70) Considerando que la órbita de la tierra alrededor del Sol es una circunferencia con radio $r = 1,5 \times 10^8$ km. Determinar la masa del sol



$$\left.\begin{array}{l} a_c = g = \omega^2 \cdot r \\ g = \dfrac{G\, M_{SOL}}{r^2} \end{array}\right\} \quad \omega^2 r = \frac{G\, M_{SOL}}{r^2} \rightarrow \frac{\omega^2 r^3}{G} = M_{SOL}$$

$r = 1,5 \times 10^8$ km $= 1,5 \times 10^{11}$ m

$$f = \frac{1\,\text{vuelta}}{1\,\text{año}} = \frac{1}{31536000} \rightarrow \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{31.536\,000}$$

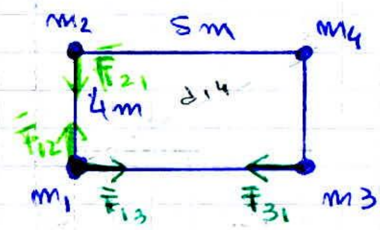
$$M_{SOL} = \frac{\left(\frac{2\pi}{31536\,000}\right)^2 \cdot (1,5 \times 10^{11})^3}{6,67 \times 10^{-11}} = \boxed{2 \times 10^{30}\ \text{kg} = M_{SOL}}$$

(71) Supóngase que se ha descubierto un pequeño planeta que tiene periodo de 5 años. ¿Cuál debería ser su distancia media al sol? $(m_{SOL} = 2 \times 10^{30}$ kg$)$

$$\omega = 2\pi f, \quad f = \frac{1}{5\,\text{años}} = \frac{1}{157680000} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{157680000}$$

$$\omega^2 r = \frac{G\, m_{sol}}{r^2} \rightarrow r^3 = \frac{G\, m_{sol}}{\omega^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \times 10^{30}}{\left(\frac{2\pi}{157680000}\right)^2} = 8,4 \times 10^{34} \rightarrow \boxed{r = 4,38 \times 10^{11}\,\text{m}}$$

(72) En los vértices del marco de la figura se encuentran tres masas: m_1, m_2 y m_3

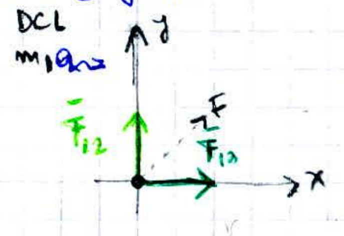


a) Determinar la fuerza de gravitación resultante sobre el punto material de masa m_1, debido a la acción de las masas m_2 y m_3

$d_{13} = 5$ m
$d_{12} = 4$ m

$m_1 = 2$ kg
$m_2 = 3$ kg
$m_3 = 5$ kg
$m_4 = 7$ kg

DCL m_1



$$F_{31} = m_3 \cdot \underbrace{\frac{m_1 G}{d_{13}^2}}_{g}$$

$$F_{21} = m_2 \cdot \underbrace{\frac{m_1 G}{d_{12}^2}}_{g}$$

$$\left.\begin{array}{l} F_{31} = \dfrac{5\,\text{kg}\ \ 2\,\text{kg}\ \ 6,67 \times 10^{-11}}{5^2 m^2} = 2,668 \times 10^{-11} \\ F_{21} = \dfrac{3\,\text{kg}\ \ 2\,\text{kg}\ \ 6,67 \times 10^{-11}}{4^2 m^2} = 2,501 \times 10^{-11} \end{array}\right\} \boxed{F = (2,67\,\hat{i} + 2,5\,\hat{j})\, 10^{-11}\,\text{N}}$$

b) Si en el punto 4 se coloca una masa m_4, hallar la fuerza que experimenta dicha masa

$d_{14} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} \cong 6,4$ m

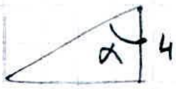
$\alpha = \text{arct}\,(5/4) \rightarrow \alpha = 51,34°$

$$F_{34} = m_3 \frac{m_4 G}{d_{34}^2} = \frac{5 \times 7 \times 6,67 \times 10^{-11}}{4^2} = 1,46 \times 10^{-10}\,\text{N}$$

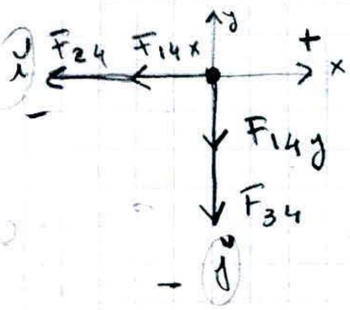
$$F_{24} = m_2 \frac{m_4 G}{d_{24}^2} = \frac{3 \times 7 \times 6,67 \times 10^{-11}}{5^2} = 5,60 \times 10^{-11}\,\text{N}$$

$$F_{14} = m_1 \frac{m_4 G}{d_{14}^2} = \frac{2 \times 7 \times 6,67 \times 10^{-11}}{\sqrt{41}^2} = 2,28 \times 10^{-11}\,\text{N}$$

NOTA



$tg(\alpha) = \frac{5}{4} \rightarrow \alpha = 51,34°$



$F_{14} = 2,28 \times 10^{-11} N$

$\rightarrow F_{14x} = F_{14} \operatorname{sen}(\alpha) = 1,78 \times 10^{-11} N$

$F_{14y} = F_{14} \cos(\alpha) = 1,42 \times 10^{-11} N$

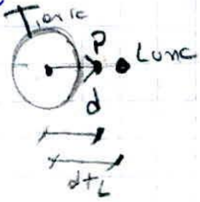
$F = -(F_{14x} + F_{24}) N \hat{i} - (F_{14y} + F_{34}) N \hat{j}$

$\boxed{F = -7,38 \times 10^{-11} N \hat{i} - 16 \times 10^{-11} N \hat{j}}$

---

(73) ¿En qué punto de la línea que une la tierra con la Luna es nulo el campo gravitatorio? $d_{TL} = 3,84 \times 10^5$ km $m_L = 0,0123\ m_T$

¿Existen otros puntos en que el campo gravitatorio es nulo?



masa punto encuentro

$F_{T_P} = m_T\, a_c = \frac{m_T M_P G}{d^2}$

$F_{LP} = m_L\, a_c = \frac{m_L \cdot M_P G}{(d_{TL} - d)^2} = \frac{0,0123\, m_T M_P G}{(d_{TL} - d)^2}$

Busco d para que en P $\rightarrow a = 0 \rightarrow F_{TP} = F_{LP}$

$\rightarrow \frac{m_T M_P G}{d^2} = \frac{0,0123\, m_T M_P G}{(d_{TL} - d)^2} \rightarrow (d_{TL} - d)^2 = 0,0123\, d^2 = d_{TL}^2 - 2 d_{TL} d + d^2$

$\rightarrow 0,9877\, d^2 - 2 \times 3,84 \times 10^5\, d + (3,84 \times 10^5)^2 = 0 \xrightarrow{0 < d < 3,84 \times 10^5} \boxed{d = 345\,664 \text{ km} = 3,45 \times 10^5 \text{ km}}$

---

(74) Un planeta P posee una masa 4 veces mayor que la de la tierra. Un objeto pesaría en él 400N, en cambio en la tierra pesa 100N (usando el mismo instrumento). Calcular el radio del planeta respecto al Radio terrestre (R_T)

$P_T = 100N \rightarrow m = 10$ kg

$P_P = 400N$

$m_P = 4 m_T$

$P_T = 10\text{ kg} \cdot a_T = 100 N$

$P_P = 10\text{ kg}\ a_P = 400 N$

$\boxed{4 a_T = a_P}$

$F_P = m \cdot a_P = \frac{m_1 m_P G}{R_P^2} = \frac{m_1 \cdot 4 m_T G}{R_P^2} = m \cdot \overbrace{4 a_T}^{a_P} \rightarrow \boxed{m a_T = \frac{m_1 m_T G}{R_P^2}}$ (1)

$F_T = \boxed{m \cdot a_T = \frac{m_1 m_T G}{R_T^2}}$ (2)

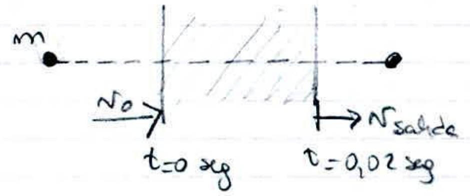
de (1) y (2): $\frac{\cancel{m_1} m_T G}{R_P^2} = \frac{\cancel{m_1} m_T G}{R_T^2} \rightarrow R_T^2 = R_P^2 \xrightarrow{R > 0} \boxed{R_T = R_P}$

Impulso - Cantidad de movimiento

trabajo - Energía - Potencia

(77) En todos los casos hallar la fuerza media ejercida sobre el cuerpo en cuestión cuando:

a) un proyectil de masa 50 gr. que se desplaza a una velocidad de 500 m/seg atraviesa un tronco de un árbol fijo al suelo, saliendo 0,02 segundos después con una velocidad de 400 m/s



$m = 50 gr = 0,05 kg$

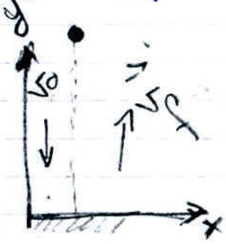
$v_0 = 500 m/seg$

$v_f = 400 m/seg$

$F = m.a = m.\frac{(v_f - v_0)}{t} =$

$F = \frac{0,05 kg (-100 m/s)}{0,02 seg} \longrightarrow \boxed{F = -250N}$

b) Una esfera de goma de masa 2 kg cae verticalmente sobre el piso con una velocidad de módulo 30 m/seg. rebotando con una velocidad módulo de 10 m/s. El contacto entre el piso y la rueda se realiza en un lapso de 0,02 seg



$\vec{I} = \Delta\vec{P}$

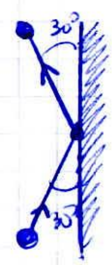
$\vec{F}.\Delta t = m\vec{v}_f - m\vec{v}_0$

$\vec{F}.0,02s = 2kg.10\frac{m}{s}\hat{j} - 2kg(-30\frac{m}{s}\hat{j})$

$\vec{F}.0,02s = 20 kg\frac{m}{s}\hat{j} + 60 kg\frac{m}{s}\hat{j}$

$\vec{F} = \frac{80 kg\frac{m}{s}\hat{j}}{0,02s} \rightarrow \boxed{F = 4000 N = 4\times10^3 N}$

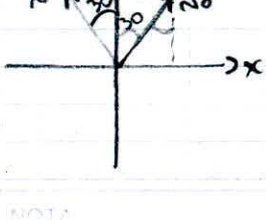
c) Una pequeña esfera de acero de masa 40g que se desplaza a una velocidad de 5 m/seg. por el piso, rebota sobre el zócalo formando un ángulo de 30° respecto de éste como muestra la figura y sale despedida con el mismo módulo de velocidad con que incidió. El contacto entre el zócalo y la esfera se realizó en un lapso de 0,02 seg



$|v_0| = |v_f| = 5 m/seg$

$m = 40g = 0,04 kg$

$\Delta t = 0,02 seg$



(I) $\boxed{\vec{I} = m\vec{v}_f - m\vec{v}_0 = \vec{F}.\Delta t}$

$\vec{v}_0 = |v_0|.sen(30°)\hat{i} + |v_0|\cos(30°)\hat{j} = 5\frac{m}{seg}\frac{1}{2}\hat{i} + 5\frac{m}{seg}.\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j} = \vec{v}_0$

$\vec{v}_f = 5\frac{m}{seg}\left(-\frac{1}{2}\right)\hat{i} + 5\frac{m}{seg}.\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}$

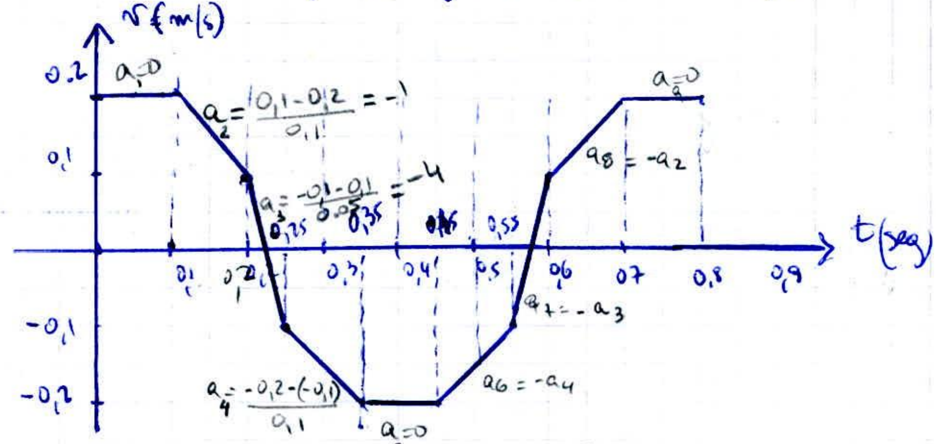
(I) $\underbrace{\vec{F}\Delta t}_{0,02} = \vec{F}\,0,02seg = 0,04 kg.5\frac{m}{seg}\left(-\frac{1}{2}\hat{i} + \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}} - \frac{1}{2}\hat{i} - \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}}\right) = -0,2 kg\frac{m}{seg}\hat{i}$

$\boxed{\vec{F} = -10N\hat{i}}$

(78) La gráfica representa la velocidad escalar de un punto material de 2g de masa, en función del tiempo.

a) Representar la fuerza escalar que se ejerce sobre el cuerpo

$m = 0{,}02\ kg$



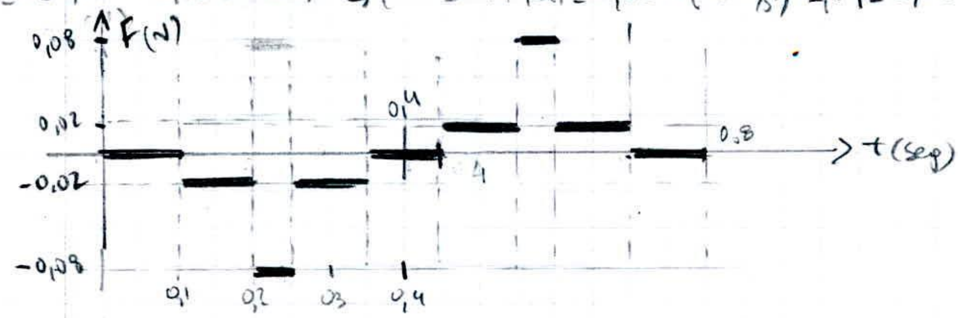
$a = \frac{v_f - v_i}{t}$

$F = m.a \rightarrow$ en $\overbrace{0 \leq t < 0{,}1}^{①} \vee \overbrace{0{,}3 \leq t < 0{,}4}^{⑤} \vee \overbrace{0{,}7 \leq t < 0{,}8}^{⑨} \rightarrow |F| = 0\ N$

en $\overbrace{0{,}1 \leq t < 0{,}2}^{②} \vee \overbrace{0{,}25 \leq t < 0{,}3}^{④} \vee \overbrace{0{,}4 \leq t < 0{,}45}^{⑥} \vee \overbrace{0{,}6 \leq t < 0{,}7}^{⑧} \rightarrow |F| = 0{,}02\,kg\,(-1\,m/s^2)$

$|F| = 0{,}02\ N$

$\overbrace{0{,}2 \leq t < 0{,}25}^{③} \vee \overbrace{0{,}55 \leq t < 0{,}6}^{⑦} \rightarrow |F| = m\,|a| = 0{,}02\,kg\,(4\,m/s^2) = |F| = 0{,}08\,N$



$\frac{\sum F_i \Delta t_i}{\sum \Delta t}$

b) Hallar el valor de la fuerza escalar media en el intervalo 0 a 0,4s y en el intervalo 0 a 0,8 seg.

$F_{Media\,(0\,a\,0,4)} = \frac{0N \cdot 0{,}1\,seg + (-0{,}02)N \cdot 0{,}10\,seg + (-0{,}08)N \cdot 0{,}05\,seg + (-0{,}02)N\ 0{,}10\,seg + 0\,N\ 0{,}05\,seg}{0{,}4\,seg} =$

$= \frac{-0{,}008\,N\,seg}{0{,}4\,seg} = \boxed{-0{,}02\ N = F_{M(0,4)}}$ ✓

$F_{Media\,(0\,a\,0{,}8\,seg)} = 0\ N$ ✓

Dinám. pto mat

79) Sobre un cuerpo de masa 10 kg actúan la fuerza:

$$F = -1\frac{N}{seg}(t - 2seg)\,\check{i} + 3\frac{N}{seg^2}(-t^2 + 1\,seg^2)\,\check{j}$$

Determinar:

a) el impulso de dicha fuerza en el intervalo de tiempo (1seg, 3seg)

$$\left.\begin{array}{l} \vec{I}_{en\,x} = \int_1^3 -1\frac{N}{seg}(t-2seg)\,dt = -\frac{1N}{seg}\int_1^3 t - 2seg\,dt = 0 \\ I_{en\,y} = \int_1^3 3\frac{N}{seg^2}(-t^2 + 1seg)\,dt = 3\frac{N}{seg^2}\int_1^3 -t^2 + 1seg\,dt = -20\,Ns \end{array}\right\} \boxed{\vec{I} = -20\,Ns\,\check{j}}$$

b) la cantidad de movimiento en el instante 3 seg si en instante t = 1seg su velocidad es: $-2\,m/seg\,\check{i} + 3\,m/seg\,\check{j}$

$$\vec{I} = \vec{p}_f - \vec{p}_0 \qquad \vec{p}_0 = m.\vec{v}_0 = 10kg\left(-2\frac{m}{seg}\check{i} + 3\,m/seg\,\check{j}\right) =$$

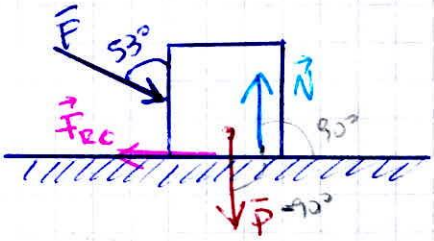
$$= \boxed{-20\,kg\frac{m}{seg}\check{i} + 30\,kg\frac{m}{seg}\check{j} = \vec{p}_0}$$

$$\vec{p}_f = \vec{I} + \vec{p}_0 = -20\,Ns\,\check{j} + (-20\,Ns\,\check{i} + 30\,Ns\,\check{j} = \boxed{-20Ns\,\check{i} + 10\,Ns\,\check{j} = \vec{p}_f}$$

c) la velocidad en el instante 3s

$$\vec{p}_f = m.\vec{v}_f \longrightarrow \vec{v}_f = \frac{\vec{p}_f}{m} = \frac{-20Ns\,\check{i} + 10Ns\,\check{j}}{10kg} = \boxed{-2\frac{m}{seg}\check{i} + 1\frac{m}{seg}\check{j} = \vec{v}_3}$$

(80) Una persona empuja un bloque de 260N de peso a lo largo de 10m sobre el piso horizontal con velocidad constante, ejerciendo una fuerza inclinada hacia abajo 53° respecto de la vertical. Si el coeficiente de roce cinético entre el bloque y el piso es 0,25; determinar el trabajo de la fuerza peso, de la reacción del plano y de la fuerza de rozamiento



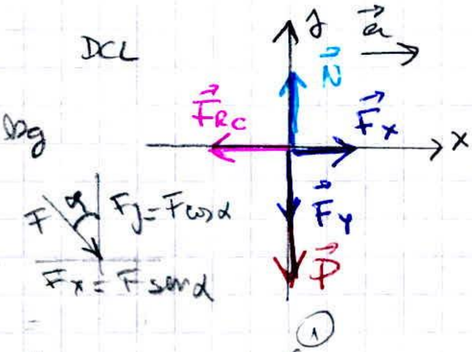
$\Delta x = 10\,m$

$P = 260N \rightarrow m = 26\,kg$

$\mu_c = 0{,}25$

$v = cte \therefore a = 0$

DCL



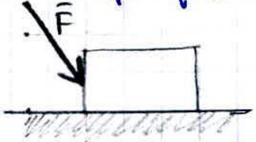
- $N = F_y + P$
- $F_x \underset{(1)}{=} F_{RC}$ y $F_{RC} = \mu_c \cdot N = \mu_c \cdot (F_y + P) = \mu_c (F\cos(53) + P) \underset{(1)}{=} F \cdot \operatorname{sen}(53)$

$\mu_c F\cos(53) + \mu_c P = F\operatorname{sen}(53) \rightarrow \mu_c F\cos(53) - F\operatorname{sen}(53) = -\mu_c P$

$\rightarrow F(\mu_c\cos(53) - \operatorname{sen}(53)) = -\mu_c P \rightarrow F = \dfrac{-\mu_c P}{\mu_c\cos(53) - \operatorname{sen}(53)} = \boxed{100{,}2N = F}$

- $W_N = |\vec{N}||\Delta x|\cos 90 = \boxed{0J = W_N}$ ✓
- $W_P = |\vec{P}||\Delta x|\cos(-90°) = \boxed{0J = W_P}$ ✓
- $W_F = |\vec{F}||\Delta x|\cos(90+53) = 100{,}2N \cdot 10m \cdot \cos(143) = \boxed{-800J = W_F}$ ✓

(81) a) Calcular el trabajo realizado por la fuerza $F = 3N\,\hat{i} + 4N\,\hat{j}$ que actúa sobre un cuerpo que se desliza en la dirección del eje x desde x = 1m hasta x = 2m.



$\Delta x = 2m - 1m = 1m$

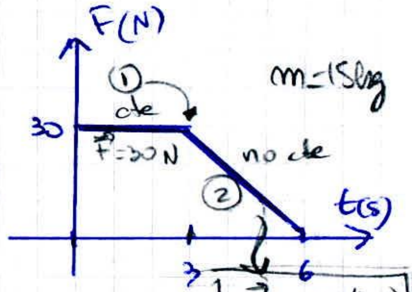
$W_F = |\vec{F}_x||\Delta x|\cos(0) = 3N\cdot 1m = \boxed{3J = W_F}$ ✓

b) La fuerza aplicada sobre un objeto está dada por $F = (a + bx)\hat{i}$ siendo a y b constantes.
Calcular el trabajo efectuado por esa fuerza cuando el objeto se desplaza desde x = 0 m hasta x = d m

$\Delta x = d\,m$ F no es constante porque F tiene la componente x → varía con x

$W = \int_0^d a + bx\,dx = ax + \dfrac{bx^2}{2}\Big|_0^d = \left(ad + \dfrac{bd^2}{2}\right)J = \boxed{\dfrac{2ad + bd^2}{2}\,J = W_F}$ ✓

(82) Sobre un cuerpo de masa 15kg apoyado sobre una mesa horizontal sin rozamiento se le aplica una fuerza, también horizontal cuyo módulo, en función del tiempo (o de la posición) se muestra en el gráfico adjunto. Sabiendo que en el instante inicial la vel. del cuerpo es de 5 m/s en el mismo sentido de la fuerza, hallar:



$\boxed{\vec{F}=30N\left(\frac{6-t}{3}\right)}$

a) usando la expresión que relaciona el impulso con la cantidad de mov., las velocidades del cuerpo en los instantes $t=3seg$ y $t=6seg$

$\vec{v}_0 = 5\frac{m}{seg}\,\check{i}$

• $t\in[0,3] \longrightarrow \vec{F}=30N\,\check{i}$ cte $\longrightarrow \vec{I}=\vec{F}\,\Delta T$

$\vec{I}_{3seg} = 30N\,\check{i}\cdot 3seg = \boxed{90Ns\,\check{i} = \vec{I}_{3seg}} = \vec{p}f - \vec{p}i$

$\vec{p}i = m\cdot\vec{v}_i = 15kg\;5\,m/seg\,\check{i} = 75N\check{i} \longrightarrow \vec{p}f = 90Ns\,\check{i} + 75Ns\,\check{i} = \boxed{165\,Ns\,\check{i} = \vec{p}f_{(3)}}$

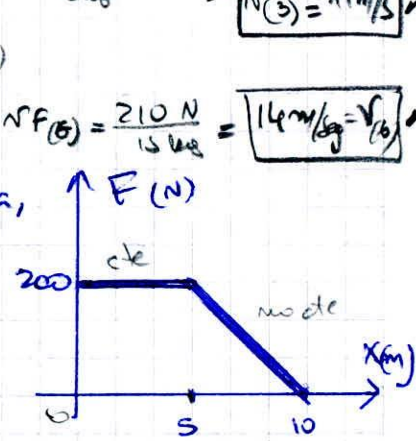
$\vec{p}f = m\,\vec{v}f \rightarrow vf = \frac{165\,Ns}{15kg} \longrightarrow \boxed{v_{(3)} = 11m/s}$ ✓

$\vec{F}$ no const.

• $t\in(3,6] \xrightarrow{\vec{I}} \vec{I} = \int_3^6 10N(6-t)\,dt = \boxed{45\,Ns\,\check{i} = \vec{I}_{(6)}} = pf_{(6)} - pi_{(3)}$

$pi_{(3)} = pf_{(3)} = 165\,Ns\,\check{i} \rightarrow pf_{(6)} = \underbrace{\vec{I}_{(6)}}_{45} + \underbrace{pi_{(3)}}_{165} = 210\,Ns$; $vf_{(6)} = \frac{210\,N}{15\,kg} = \boxed{14m/seg = v_{(6)}}$ ✓

b) usando el teorema del trabajo y la energía cinética, las velocidades del cuerpo en las posiciones:



$x=5m$ y $x=10m$

$v_0 = 5\,m/seg$

$Ec = \frac{1}{2}\,m\,v^2$

$\Sigma W = \underbrace{\Delta Ec}_{Ec_f - Ec_i}$

$m = 15kg$

• $W_{F(0a5)} = |\vec{F}|\,|\Delta x|\cos(0) = 200N\cdot 5seg = 1000J$

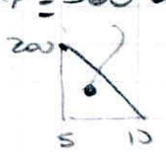
187,5 J

$W_{F(0\to5)} = 1000J = \frac{1}{2}m\,v_F^2 - \frac{1}{2}m\,v_i^2 = \frac{1}{2}15kg\,v_F^2 - \frac{1}{2}15kg\;5^2\,m^2/seg^2$

$1000J + 187,5J = 1187,5J = 7,5kg\,v_F^2 \longrightarrow v_{F_5}^2 = 158,33\frac{m^2}{s^2} \rightarrow \boxed{v_{F_5} = 12,6\,m/s}$ ✓

• de 5 a 10 seg: $\overset{en\ \check{i}}{\vec{F}} = 400N - 40x\,N \longrightarrow W_{F(5a10)} = \int_5^{10} 400 - 40x\,dx = 500J$

$tg(\alpha) = \frac{200}{5} = 40$



$500J = 7,5kg\,v_{f_{10}}^2 - 7,5kg\,\underset{12,6^2}{v_{i_5}^2}$ → $v_{i_5} = v_{f_5}$

$500J = 7,5kg\,v_{f_{10}}^2 - 1187,5J$

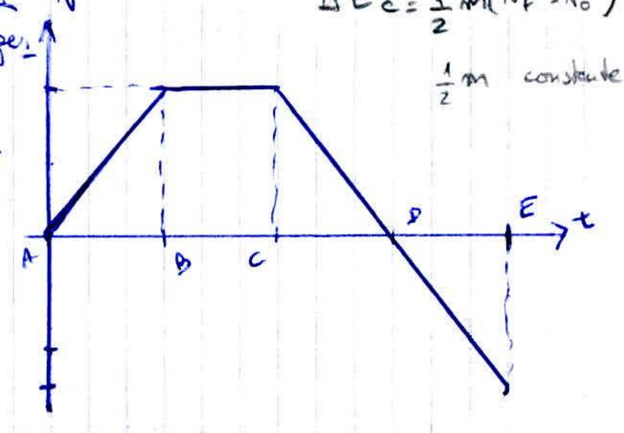
$1687J = 7,5kg\,v_{f_{10}}^2 \rightarrow v_{f_{10}}^2 = 225\frac{m^2}{seg^2} \rightarrow \boxed{v_{f_{10}} = 15\,m/seg}$ ✓

Syl

83) Un cuerpo se desplaza con movimiento rectilíneo y sobre él actúa una fuerza. La velocidad escalar varía como indica la figura.
Hallar el signo del trabajo efectuado por la fuerza en cada uno de los intervalos:

$\Delta E_c = \frac{1}{2} m (v_F^2 - v_0^2)$

$\frac{1}{2} m$ constante



a) $\overline{AB}$ $= v_F > 0,\ v_0 = 0 \rightarrow (v_F^2 - v_0^2) > 0$ +

b) $\overline{BC}$ $: v_F = v_0 \rightarrow (v_F^2 - v_0^2) = 0$ +

c) $\overline{CD}$ $: v_F = 0,\ v_0 \neq 0 \rightarrow (v_F^2 - v_0^2) < 0$ −

d) $\overline{DE}$ $: v_F \neq 0,\ v_0 = 0 \rightarrow (v_F^2 - v_0^2) > 0$ +

---

84) En un acelerador de partículas, un protón es acelerado a partir del reposo hasta alcanzar una velocidad final de 2×10^7 m/seg. Calcular el trabajo realizado por las fuerzas eléctricas si la masa del protón es $1{,}7\ 10^{-27}$ kg

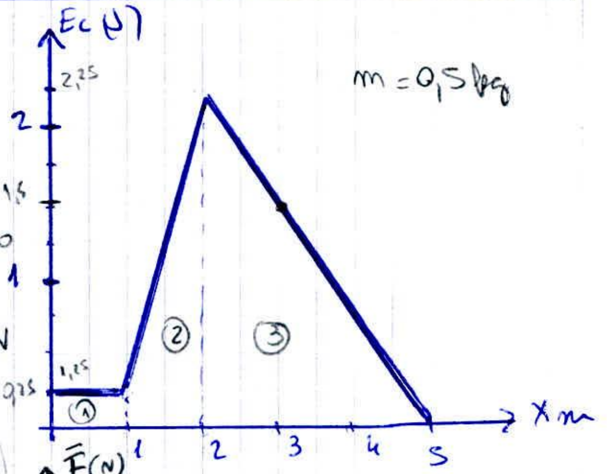
$v_0 = 0$ m/seg $\quad v_F = 2 \times 10^7$ m/seg $,\ m = 1{,}7 \times 10^{-27}$ kg

$\Sigma W = \Delta E_c = \frac{1}{2} m \cdot (v_F^2 - v_0^2) = \frac{1{,}7 \times 10^{-27}\ kg}{2} (2 \times 10^7\ m/seg)^2 = \boxed{3{,}4 \times 10^{-13}\ J = W}$ ✓

---

85) En un cuerpo de masa 500 gr se mueve en la dirección del semieje positivo de los x, determinando el gráfico de la fig. →

$m = 0{,}5$ kg



a) Representar gráficamente, en función de x, la fuerza escalar que se ejerce sobre el cuerpo

1 → para este caso

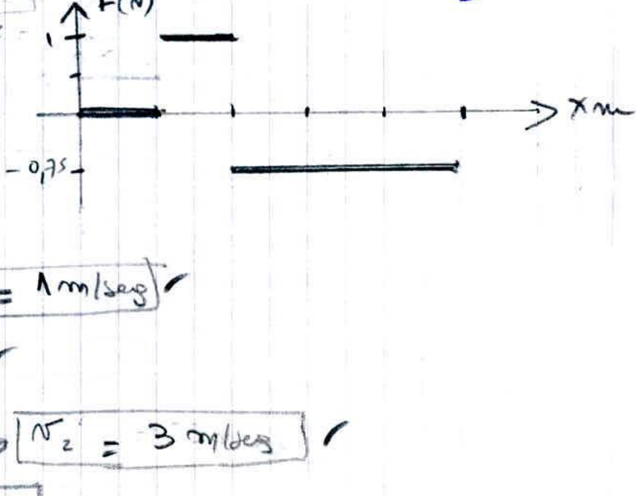
$\Sigma W_{①} = \Delta E_c = 0\ J \Rightarrow W = |F|\,|\Delta x| \cos\alpha = 0 \rightarrow F_{①} = 0\ N$

$\Sigma W_{②} = E_{cf} - E_{ci} = 2{,}25\ J - 1{,}25\ J = 1\ J = |F|\ \underset{1m}{\Delta x}$

$\boxed{F_{②} = 1\ N}$

$\Sigma W_{③} = E_{cf} - E_{ci} = 0\ J - 2{,}25\ J = -2{,}25\ J = |F| \cdot \Delta x$

$\rightarrow |F| \cdot 3\ m = -2{,}25\ J \rightarrow \boxed{F_{③} = -0{,}75\ N}$



b) Determinar la velocidad que tendrá en $x = 0, 1, 2$ y 5 m

$E_{c0} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = 0{,}25\ J = \frac{0{,}5}{2}\ kg\ v_0^2 \rightarrow \boxed{v_0 = 1\ m/seg}$ ✓

$E_{c1} = 0{,}25\ kg\ v_1^2 = 0{,}25\ J \rightarrow \boxed{v_1^2 = 1\ m/seg}$ ✓

$E_{c2} = 0{,}25\ kg\ v_2^2 = 2{,}25\ J \rightarrow v_2^2 = 9\ m^2/s^2 \rightarrow \boxed{v_2 = 3\ m/seg}$ ✓

$E_{c5} = 0\ J = 0{,}25\ kg\ v_5^2 \rightarrow \boxed{v_5 = 0\ m/seg}$ ✓

el c) no lo vimos todavía

(86) Un bloque de masa 100 kg, inicialmente en reposo sobre un plano horizontal sin rozamiento, es sometido a una fuerza horizontal F de módulo 200N.
Hallar:

a) ¿ Cuál es el impulso durante los cinco primeros segundos?

$\vec{F} = 200\,N\,\check{i} \rightarrow F = 200N$ (es todo horizontal → trabajo con los módulos)

$m = 100kg$
$v_0 = 0m/seg$

$I = F \cdot \Delta t = 200\,N \cdot 5\,seg = \boxed{1000\,Ns = I_5}$ ✓

b) ¿ cuál es la velocidad del bloque cuando t = 5 seg?

$I_5 = 1000\,Ns = m \cdot v_{(5)} = 100\,kg\;v(5) \rightarrow \boxed{v(5) = 10\,m/seg}$ ✓

c) ¿ Qué trabajo se ha realizado en los 5 primeros segundos? usar únicamente consideraciones energéticas.

$\Sigma W = \Delta E_m$ (sólo cinética pues potencial = 0)

$\Sigma W = \frac{1}{2} m v_F^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = 10^2\,m^2/seg^2 \cdot \frac{100kg}{2} - 0$ ← parte del reposo

$$\boxed{\Sigma W = 5000\,J = 5 \times 10^3 J}$$ ✓

Sylvina

(87) Un camión tiene una masa de 9000 kg.

a) ¿Cuál es su cantidad de movimiento si su velocidad es de 60 km/h?

$\vec{P} = m \vec{v} \rightarrow v = \frac{60 \text{ km}}{\text{hora}} = \frac{60.000 \text{ m}}{3600 \text{ seg}} = 16,67 \text{ m/seg}$

$P = m \cdot v = 9000 \text{ kg} \times \frac{50}{3} \frac{\text{m}}{\text{seg}} = 150.000 \text{ kg m/seg} = \boxed{1,5 \times 10^5 \text{ kg m/s} = P}$ ✓

b) Calcular la velocidad de otro camión de masa 5000 kg para que tenga:

I) la misma cantidad de movimiento que el primero.

$150000 \text{ kg m/seg} = 5000 \text{ kg} \cdot v \rightarrow \boxed{v = 30 \text{ m/seg}}$ ✓

II) la misma energía cinética que el primero

$\cancel{\frac{1}{2}} m_1 v_1^2 = \cancel{\frac{1}{2}} m_2 v_2^2$

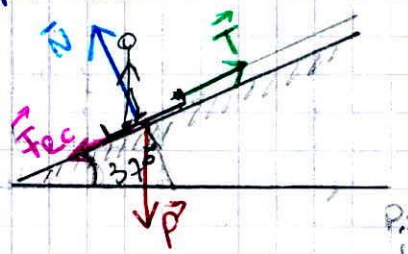
$9000 \text{ kg} \left(\frac{50}{3} \frac{\text{m}}{\text{seg}}\right)^2 = 5000 \text{ kg } v_2^2$

$500 \frac{\text{m}^2}{\text{seg}^2} = v_2^2 \rightarrow \boxed{v = 22,36 \text{ m/seg}}$ ✓

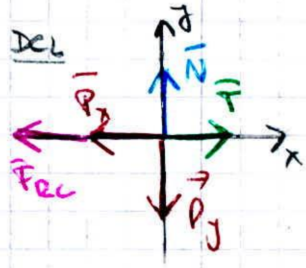
Dinám. pb mat

(88) Una persona de 80 kg de masa parada sobre un deslizador es arrastrada 100 m mediante una soga a velocidad constante a lo largo de un plano inclinado 37° con respecto a la horizontal. El coeficiente de roce cinético es 0,25. Calcular:

a) El trabajo realizado por la resultante de las fuerzas aplicadas sobre la persona



$m = 80 kg$
$v = cte$
$a = 0\ m/s^2$
$\mu_c = 0.25$
$\alpha = 37°$



$\bar{a} = \bar{0}\ m/s^2$

$N = P_y$

$T = P_x + F_{Rc}$

$P = 800 N \longrightarrow P_x \overset{P \operatorname{sen} \alpha}{=} 481{,}5 N \quad P_y \overset{P \cos \alpha}{=} 639 N \rightarrow N = 639 N$

$F_{Rc} = \mu_c . N = 0.25 . 639 N = \boxed{159{,}75 N = F_{Rc}} \rightarrow T = P_x + F_{Rc} = 641{,}25 N$

$\Sigma W = \Delta Ec = Ec_f - Ec_0 = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m (\underbrace{v_f^2 - v_0^2}_{v\ cte}) = \boxed{0 J = \Sigma W}$ ✓

b) La fuerza que la soga ejerce sobre la persona

hallado en a) $\rightarrow \boxed{T = 641{,}25 N}$ ✓

c) El trabajo realizado por dicha fuerza

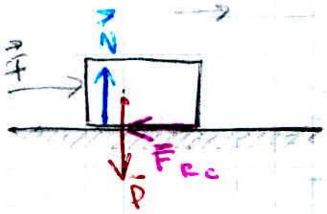
$W_T = |\vec{T}|\,|\Delta x| \cos(0) = 641{,}25 N \times 100 m \times 1 = \boxed{64125 J = W_T} = 64 kJ$ ✓

d) El trabajo de la fuerza de rozamiento

$W_{Froz} = |\vec{F}_{roz}|\,|\Delta x| \cos(180°) = 159{,}75 N \times 100 m (-1) = \boxed{-15975 J = W_{Fr}}$ ✓

(89) Un cuerpo de 10 kg de masa se desplaza sobre un plano horizontal. Sobre el cuerpo actúa una fuerza de rozamiento constante de 20 N cuando su velocidad es 4 m/seg se le aplica una fuerza constante de 50 N paralela al plano y en el sentido del movimiento.
Calcular:

a) el trabajo realizado por todas las fuerzas, hasta el instante correspondiente a un desplazamiento de 8 m

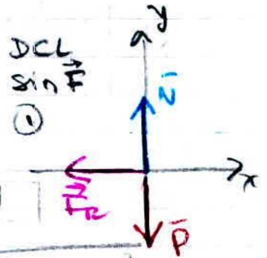


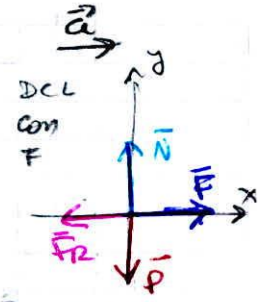
$m = 10\,kg \rightarrow P = 100\,N$

$\vec{F}_{Rc} = -20\,N\,\hat{i}$

en $y \rightarrow a = 0$

$N = P = 100\,N$





$$F - F_{Rc} = m.a \rightarrow a = \frac{F - F_{Rc}}{m} = \frac{50N - 20N}{10kg} \Rightarrow \boxed{a = 3\,m/seg^2} \qquad F = 50\,N$$

$$\Sigma W = \Delta Ec = Ec_f - Ec_0 = \frac{1}{2} m . v_f^2 - \frac{1}{2} m\, v_0^2 = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_0^2) \quad \text{(I)}$$

$$x_{(t)} = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \rightarrow x_{(t)} = 4 \frac{m}{seg} . t + 1{,}5 \frac{m}{seg^2} t^2$$

$$\rightarrow x_{(t_f)} = 8\,m = 4 \frac{m}{seg} t_f + 1{,}5 \frac{m}{seg^2} t_f^2 \xrightarrow{t>0} t_f = 1{,}3\hat{3}\,seg$$

$$\rightarrow a = 3 \frac{m}{seg^2} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{1{,}33\,seg} \rightarrow 4 \frac{m}{seg} + v_0 = v_f \xrightarrow{v_0 = 4 \frac{m}{s}} \boxed{v_f = 8 \frac{m}{seg}}$$

$$\text{(I)}\ \Sigma W = \frac{1}{2} 10kg \left(8^2 \frac{m^2}{seg^2} - 4^2 \frac{m^2}{seg^2}\right) = 5\,kg . 48 \frac{m^2}{seg^2} = \boxed{240\,J = \Sigma W}$$

b) la velocidad en ese instante $\rightarrow$ calculado en a) $\rightarrow$ $\boxed{v_f = 8 \frac{m}{seg}}$

---

(90) Un cuerpo puntual de 10 kg de masa se encuentra en reposo a una altura de 20 m sobre el suelo. Se lo deja caer libremente en el vacío. Determinar:

a) la energía cinética que tiene inmediatamente antes de tocar el suelo

$$\left.\begin{array}{l} v_0 = 0\,m/seg \\ a = -10\,m/seg^2 \\ y_0 = 20\,m \end{array}\right\} \begin{array}{l} y_{(t)} = y_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \rightarrow y_{(t)} = 20\,m - 5\,m/seg^2\, t^2 \\ y(t_f) = 0\,m = 20\,m - 5\,m/seg^2\, t_f^2 \rightarrow t_f = 2\,seg,\ a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f}{2seg} \rightarrow v_f = -20\,m/s \end{array}$$

$$v_f = 20\,m/seg \rightarrow Ec_f = \frac{m}{2} . v_f^2 = 5\,kg . (-20\,m/s)^2 = \boxed{2\,kJ = Ec_f}$$

b) velocidad en ese instante calculado en a) $\boxed{v = 20\,m/s}$ hacia abajo

c) la velocidad que tiene al hallarse a 15 m del suelo

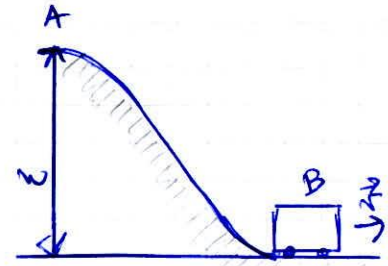
$$y(t_{15m}) = 15\,m = 20\,m - 5\,m/seg^2 (t_{15m})^2 \rightarrow 5\,m/seg^2 (t_{15m})^2 = 5\,m \rightarrow \boxed{t_{15m} = 1\,seg}$$

$$a_{15m} = \frac{v_{15m} - v_{0\,20m}}{t_{15m}} \Rightarrow v_{15m} = a_{15m} . t_{15m} = -10\,m/seg^2 . 1\,seg = -10\,m/seg$$

$\boxed{v = 10\,m/seg}$ yendo hacia abajo

dinám. pto mat

(91) Despreciando las fuerzas de rozamiento ¿desde qué altura deberá caer el trineo a partir del reposo para alcanzar la energía cinética equivalente a la que posee cuando su velocidad es de 72 km/h?



$v = 72 \frac{km}{h} = \frac{72000\ m}{3600\ seg} = 20\ m/seg$

$E_{C\ 72 km/h} = \frac{1}{2} m \cdot \left(20^2 \frac{m^2}{seg^2} - 0^2 \frac{m^2}{s^2}\right) = 200\ m\ \frac{m^2}{seg^2}$, m constante → hallo h tal que $v_f = 20\ m/seg$

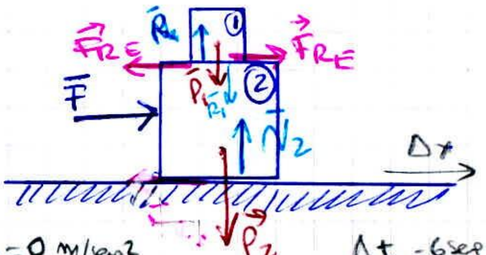
$y_{(t)} = h - 5 \frac{m}{seg^2} t^2$ en $t_f \to y_{(t_f)} = 0\ m = h - 5 \frac{m}{seg^2} t_f^2 \to \boxed{t_f = \sqrt{\frac{h}{5} \frac{seg^2}{m}}}$

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20\ m/seg}{\sqrt{\frac{h}{5} \frac{seg^2}{m}}} = -10\ m/seg^2 \to \frac{20\ m/seg}{-10\ m/seg^2} = \sqrt{\frac{h}{5} \frac{seg^2}{m}} \to (-2\ seg)^2 = \frac{h}{5} \frac{seg^2}{m}$

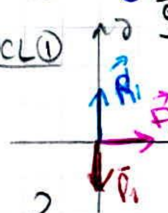
$\frac{4\ seg^2 \cdot 5\ m}{seg^2} = h = 20\ m$

$\boxed{h = 20 m}$

IMPORTANTE (92) Sobre el bloque 2 de la figura que se encuentra sobre una sup. horizontal sin rozamiento se apoya el bloque 1. Entre ambos bloques existe rozamiento. Se le aplica al bloque 2 una fuerza horizontal F desde el reposo durante 6 segundos de tal manera que es la máxima posible sin que el bloque 1 deslice sobre el 2. Hallar el trabajo realizado por dicha fuerza en el lapso dado. $m_1 = 5 kg$ m_2 10 kg. $\boxed{\mu_e = 0,3}$ $\mu_c = 0,2$



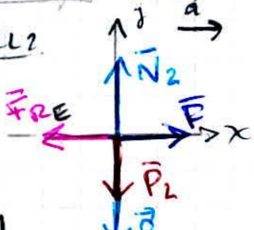
DCL①



en y → a = 0
$R_1 = P_1 = 50 N$
$F_{RE\ max} = \mu_e R_1$
$F_{RE} = 15 N$

en x
$F_{RE} = m_1 a$
$15 N$ $5 kg$ → $\boxed{a = 3 m/seg^2}$

DCL 2



en y → $a = 0\ m/seg^2$
→ $N_2 = P_2 + R_1$
$\boxed{N_2 = 150 N}$

$\Delta t = 6 seg$
$m_1 = 5 kg \to P_1 = 50 N$
$m_2 = 10 kg \to P_2 = 100 N$

en x: $\boxed{F - F_{RE} = m_2 \cdot a}$

$F = F_{RE} + m_2 a = 15 N + 10 kg\ 3 m/seg^2 = 45 N$

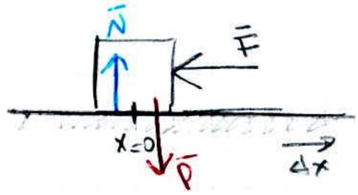
$\boxed{F = 45 N}$

$W_F = |F| |\Delta x| \cos(0) = 45 N \times 54 m = \boxed{2430 J = W_F}$ ✓

• Hallo Δx.

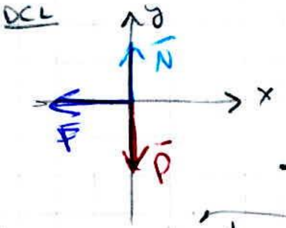
$x_{(t)} = 1,5 \frac{m}{seg^2} t^2 \to x_{(6)} = 1,5 \frac{m}{seg^2} 6^2 seg^2 = \boxed{54\ m = \Delta x}$

(93) Un objeto de 5 kg posee una velocidad de 6 m/s î cuando alcanza la posición x=0. A partir de dicho punto actúa una fuerza $F = -20\ N/m\ x\ \hat{i}$ hasta que se detiene en el punto d.
Hallar:
a) el trabajo efectuado por dicha fuerza al moverse desde x=0 hasta x=d



$m = 5\ kg$
$v_0 = 6\ m/seg$
$F = -20\frac{N}{m}x$
en d: $v_f = 0\ m/seg$
$P = 50N$

DCL



en y → a=0
N = P = 50N
en x:
$-F = m.a$
↳ no constante

$$\boxed{W_F} = \int_0^d -20\frac{N}{m}x\,dx = -10x^2\Big|_0^d = \boxed{-10d^2 J}$$

b) El valor de d

$$W_F = \Delta E_c = E_{cf} - E_{c0} = \frac{1}{2}m v_f^2 - \frac{1}{2}m v_0^2 = -\frac{1}{2}.5kg.6^2\frac{m^2}{seg^2} = -90J$$

$$-90J = -10d^2J \rightarrow 9 = d^2 \xrightarrow{d>0} \boxed{d = 3m}$$

---

(94) Un automóvil de 1500 kg de masa se mueve con una velocidad de 90km/h hacia arriba sobre una montaña en cierto instante el motor se detiene. Si el móvil se encuentra verticalmente a 20 m de la parte superior de la montaña en ese momento y se desprecia resistencia del aire,

a) ¿será capaz de alcanzar la cima?

$$v_0 = 90\frac{km}{hora} = \frac{90000\ m}{3600\ seg} = 25\ m/seg$$

$m = 1500\ kg \rightarrow P = 15000\ N$

Como hay desplazamiento en altura → ∃ trabajo del peso → $E_p = mgh$ (En. pot. gravitatoria)

Como solo hay fuerzas conservativas → $\Delta E_m = 0 \rightarrow E_{mf} = E_{mi}$

$$\rightarrow E_{cf} + E_{pf} = E_{ci} + E_{pi} \rightarrow \frac{1}{2}m v_f^2 + m g h_f = \frac{1}{2}m v_0^2 + m g h_i$$

$$\rightarrow g h_f = \frac{v_0^2}{2} \rightarrow 10\ m/seg^2 . h_f = \frac{25^2}{2} m^2/seg^2 \rightarrow \underbrace{h_f = 31{,}25m < 20m}_{\text{llega a la cima}}$$

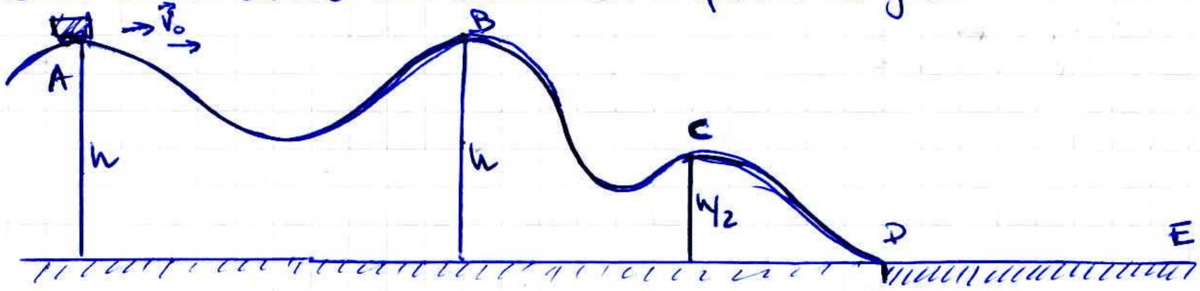
b) ¿Cuál es la distancia mínima (vertical) a la cima d a la que el automóvil tendría que haberse encontrado para apenas alcanzarla?

$\boxed{31{,}25m}$ Es la distancia en altura que llega a recorrer luego de detenerse el motor

dinám. pto mat.

IMPORTANTE 95) En una montaña rusa sin rozamiento pasa por el punto A un carrito de masa m con una velocidad v_0.
Calcular:

a) Los módulos de velocidad del carrito en los puntos B y C



La única fuerza que trabaja es el peso → conservativo → $\Delta Em = 0$

$\boxed{\text{en B}}$

$\rightarrow Emf = Emi \rightarrow Ecf + Epf = Eci + Epi$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\, v_f^2 + \cancel{m} g h_B = \frac{1}{2}\cancel{m}\, v_i^2 + \cancel{m} g h_A$$

$\boxed{h_A = h_B = h} \rightarrow \quad \frac{v_f^2}{2} + \cancel{gh} = \frac{v_i^2}{2} + \cancel{gh} \rightarrow \overset{v_B}{v_f} = \overset{v_A}{v_i} \rightarrow$ en B: $\boxed{v_B = v_0}$ ✓

$\boxed{\text{en C}}$

$$\Delta Em = 0 \rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}\, v_C^2 + \cancel{m} g \frac{h}{2} = \frac{1}{2}\cancel{m}\, v_B^2 + \cancel{m} g h$$

$$\frac{v_C^2 + gh}{\cancel{2}} = \frac{\overset{v_0}{v_B^2} + 2gh}{\cancel{2}} \rightarrow \boxed{v_C = \sqrt{v_0^2 + gh}}$$ ✓

b) Si en el tramo DE existe rozamiento, hallar el valor del coeficiente de rozamiento cinemático que hace detener el carrito.

Entre A y D la energía mecánica se conserva → $E_{mA} = E_{mD}$ (I)

$v_E = 0$ m/seg (es cuando se detiene)
$h_E = 0$ m $= h_D$

} Entre D y E hay otra fuerza que actúa, esta de Rozamiento → $W_{Froce} = \Delta E_M = E_{ME} - E_{MD}$

(I) $W_{FROE} = E_{ME} - E_{MA}$

de E_{MD} no tengo datos

① $E_{ME} = \frac{1}{2} m . \overset{0\ m^2/seg^2}{v_E^2} + m . g\, \overset{0\ m}{h_E} = 0$

② $E_{MA} = \frac{1}{2} m v_A^2 + m g h_A = \frac{1}{2} m v_A^2 + mgh$

③ $W_{Froz} = |\vec{F}_{Roce}|\, \underbrace{|\Delta x|}_{\overline{DE}} . \underbrace{\cos(180)}_{-1} = -F_{Roce} . \overline{DE}$

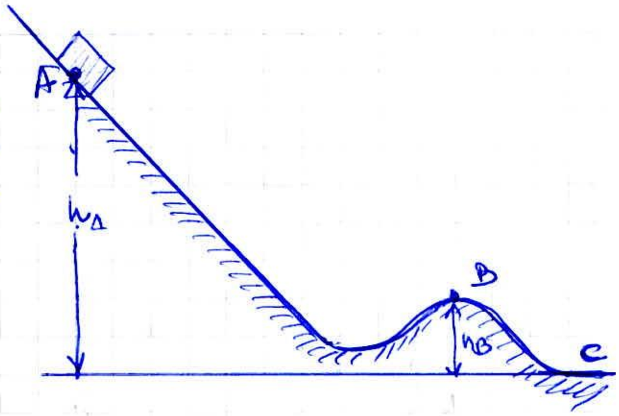
① ② ③ $\rightarrow W_{Froce} = E_{ME} - E_{MD}$

$$\rightarrow \underbrace{\cancel{-}F_{Roce}}\, . \overline{DE} = \cancel{-}\left(\frac{1}{2} m v_A^2 + mgh\right) = \cancel{-}\, m \left(\frac{v_A^2 + 2gh}{2}\right)$$

$$\mu_c N . \overline{DE} = \mu_c \cancel{m} g . \overline{DE} = \cancel{m} \frac{(v_A^2 + 2gh)}{2}$$

$$\boxed{\mu_c = \frac{v_A^2 + 2gh}{2g\overline{DE}}}$$ ✓

(96) Un punto material de masa 3 kg tiene una velocidad de 2 m/seg en el punto A y de 6 m/seg en la posición B. La longitud a lo largo de la curva entre los puntos A y B es de 12 m.
Calcular:



a) la intensidad de la fuerza de rozamiento, supuesta constante, que actúa sobre el punto material

$h_A = 4m$ $h_B = 1m$ $m = 3\,kg$ $v_A = 2\,m/seg$ $v_B = 6\,m/seg$

Como hay diferencias de altura $\rightarrow \exists\ E_p$, además de la cinética

$f = B$
$i = A$

$$\boxed{W_{F\,ROCE \atop de\ A\ a\ B}} = E_{cf} + E_{pf} - (E_{ci} + E_{pi}) =$$

$$= \frac{1}{2} m v_B^2 + m g h_B - \left(\frac{1}{2} m v_A^2 + m g h_A\right) =$$

$$= \frac{3}{2} kg\, 6^2 \frac{m^2}{seg^2} + (3 \times 10 \times 1) J - \left(\frac{3}{2} \times 2^2 + 3 \times 10 \times 4\right) J = \boxed{-42J}$$

$$W_{F\,ROCE} = |\vec{F}_{ROCE}|\,|\Delta x| \cos 180) = -F_{ROCE} . 12m = -42J \rightarrow \boxed{F_{ROCE} = 3{,}5\,N}$$ ✓

b) la longitud a partir de B que recorre hasta detenerse en C

$h_B = 1m$ $h_C = 0m$ $v_B = 6\,m/seg$ $v_C = 0\,m/seg$

$$\boxed{W_{F\,ROCE \atop de\ B\ a\ C}} = E_{cC} + E_{pC} - E_{cB} - E_{pB} =$$

$$= \frac{1}{2} m \overset{0}{v_C^2} + m g \overset{0}{h_C} - \frac{1}{2} m v_B^2 - m g h_B =$$

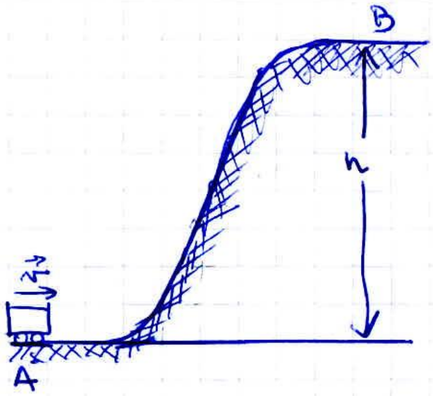
$$= -\frac{1}{2} . 3\,kg . 6^2 \frac{m^2}{seg^2} - 3\,kg . 10 \frac{m}{seg^2} . 1m = -(54 + 30) J = \boxed{-84J}$$

$$W_{F\,ROCE} = |\vec{F}_{ROCE}|\,|\Delta x| \overset{-1}{\cos(180)} = -84J = -3{,}5N . \Delta x$$

$$\frac{84J}{3{,}5N} = \boxed{\Delta x = 24m}$$ ✓

clase

(97) Un cuerpo de 2000 kg de masa pasa por el punto A con una velocidad de 20 m/seg y por el punto B con una velocidad de 5 m/seg. La longitud de la trayectoria entre A y B es de 40 m.
El punto B se encuentra 10 m más alto que A. Calcular la magnitud de la fuerza de fricción media que actúa sobre el cuerpo.



$m = 2000\ kg$ $\quad v_A = 20\ m/seg$ $\quad v_B = 5\ m/seg$

$\Delta x = 40\ m$ $\quad h_A = 0\ m$ $\quad h_B = 10\ m$

Hay mov. en altura (Ep) y Fuerza de rozam. $\rightarrow W_{Froce} = Ec_B + Ep_B - Ec_A - Ep_A$

$W_{Froce} = \frac{1}{2} m v_B^2 + m.g h_B - \frac{1}{2} m v_A^2 - m g \overset{0}{h_A} =$

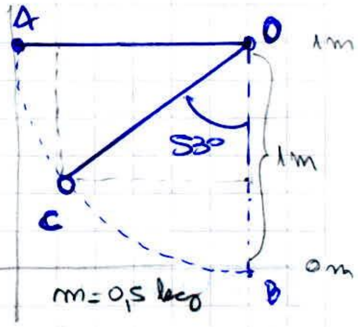
$= (1000 \times 5^2) J + (2000 \times 10 \times 10) J - (1000 \times 20^2) J = \boxed{-175000\ J = W_{Froce}}$

$W_{Froce} = |\vec{F}_{roce}| |\Delta x| . \cos 180° = -175000\ J = |F_{roce}| . 40 m (-1)$

$|F_{roce}| = \frac{175000\ J}{40\ m} \rightarrow \boxed{F_{roce} = 4375 N}$ ✓

---

(98) El péndulo ideal de la figura, cuya lenteja posee una masa de 0,5 kg, tiene una longitud de 1 m. Cuando se lo deja oscilar la masa baja describiendo un arco de circunferencia.



a) calcular el módulo de la velocidad con que cruza la vertical que pasa por O (punto B)

la única fuerza que trabaja es el peso $\rightarrow Em_f = Em_i$

$\rightarrow Ec_B + Ep_B = Ec_A + Ep_A \longrightarrow \frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2 + \cancel{m} g \overset{0m}{h_B} = \frac{1}{2} \cancel{m} \overset{0}{v_A^2} + \cancel{m} g h_A$

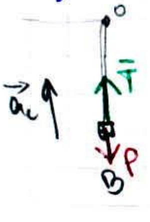
$\rightarrow v_B^2 = 2 g h_A = 2 . 10 m/s^2 . 1 m = 20 m^2/seg^2 \rightarrow \boxed{v_B = 4,47\ m/seg}$ ✓

b) Idem para el punto C $\rightarrow h_A = 1 m \cos(53) = 0,60 m$, (tomo $h_C = 0\ m$)

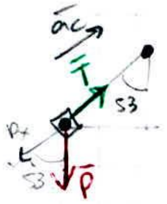
$Em_C = Em_A \rightarrow Ec_C + Ep_C = Ec_A + Ep_A \rightarrow \frac{1}{2} \cancel{m} v_C^2 + \cancel{m} g \overset{0m}{h_C} = \frac{1}{2} \cancel{m} \overset{0}{v_A^2} + \cancel{m} g h_A$

$v_C^2 = 2 g h_A = 2 . 10 m/seg^2 . 0,60 m \longrightarrow \boxed{v_C = 3,46 m/seg}$ ✓

c) Hallar para ambos casos la tensión de la cuerda



$T - P = m . a_c = m . \frac{v_B^2}{R} = 0,5 kg \frac{4,47^2 m^2/seg^2}{1 m} = 10 N = T_B - \overset{5N}{P} \rightarrow \boxed{T_B = 15 N}$ ✓

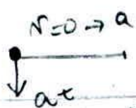


$$T_c - P_x = m \cdot a_c = m \cdot \frac{v_c^2}{R} = 0{,}5\,kg\ \frac{3{,}46^2\ m^2/seg^2}{1\,m} = 6N = T_c - P_x$$

$$T_c = 6N + P_x = 6N + P \cdot \cos(53) = \boxed{9N = T_c}$$ ✓

d) Hallar la aceleración en los puntos A, B y C en módulo, dirección y sentido

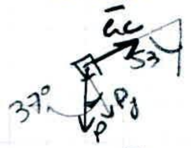
en A



$\boxed{a_A = 10\,m/seg^2\ \hat{i}\ \text{hacia abajo}}$

en B

$a_c = \frac{v_B^2}{R} = 4{,}47^2 \quad \boxed{a_B = 20\,m/s^2\ \hat{j}}$ ✓



$P_y = \cos 37\ P$

$P_y = 4N$

$\overset{4N}{P_y} = \overset{0,5}{m} \cdot a_t \rightarrow \boxed{a_t = 8\,m/seg^2}$

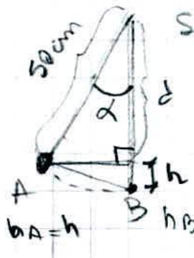
$a_c = \frac{v_c^2}{R} = 3{,}46^2 = 12\,m/seg^2$

$\boxed{a_{en\,C} = 12\,m/seg^2\ \hat{i} + 8\,m/seg^2\ \hat{j}}$ ✓

---

(99) Un péndulo compuesto por una cuerda de longitud 50 cm y una lenteja de masa m se separa de la vertical con un ángulo α.

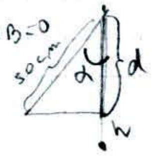
a) Determinar dicho ángulo si el valor del módulo de la velocidad de la esfera cuando la misma pasa por su posición inferior, es de 1,71 m/seg



Solo actúa la fuerza del peso $\rightarrow E_{m_B} = E_{m_C}$ $\qquad v_A = 0\,m/seg \quad v_B = 1{,}71\,m/seg$

$$E_{C_B} + E_{P_B} = E_{C_A} + E_{P_A} \rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 + m g \overset{0}{h_B} = \frac{1}{2} m \overset{0}{v_A^2} + m g h_A$$

$$\frac{1{,}71^2\ m^2/seg^2}{2} = g h \rightarrow h = 0{,}15\,m = 15\,cm$$



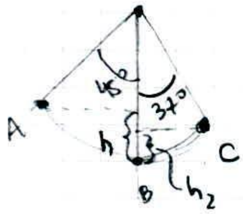
$$\underbrace{50\,cm \times \cos(\alpha)}_{d} + \underbrace{h}_{15\,cm} = 50\,cm \rightarrow \cos(\alpha) = \frac{35\,cm}{50\,cm} \rightarrow \boxed{\alpha \simeq 45{,}57°}$$ ✓

b) Determinar el módulo de la velocidad de la esfera al pasar por el punto en que el ángulo con la vertical es de 37°

$$\alpha = 37° \rightarrow 50\,cm = d + h = \overbrace{50\,cm\ \cos(37°)}^{40\,cm} + h \rightarrow \boxed{h = 10\,cm = 0{,}10\,m}$$

$$E_{m_C} = E_{m_A} \rightarrow \frac{1}{2} m v_c^2 + m g \overset{0\,m}{h_c} = \frac{1}{2} m \overset{0}{v_A^2} + m g h_A$$

$$v_c^2 = 2 g h = 2 \times 10 \frac{m}{seg^2}\ 0{,}05\,m = 1\,m^2/seg^2$$



$h = 15\,cm$

$h_2 = 50\,cm - 50\,cm \cdot \cos(37°) = 10\,cm$

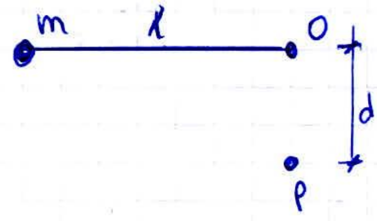
tomo $h_c = 0\,m$

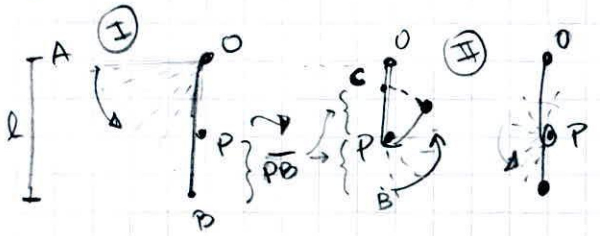
$h_A = h - h_2 = 5\,cm$

$\boxed{v_c = 1\,m/seg}$ ✓

dinám. pto mat.

(100) En el péndulo de la figura el hilo de longitud L tiene una masa despreciable. Se coloca un clavo en la posición P a una distancia d por debajo del punto O.
Demostrar que d debe ser por lo menos 0,6 L para que el punto material de masa m pueda dar al menos una vuelta completa con centro en el clavo.





$\overline{PB} = l - d$ (IV)

La única fuerza que trabaja es el peso
$\therefore E_{MF} = E_{Mi}$

$h_A = l \quad v_A = 0\ m/seg$
$h_B = 0 \quad v_B = ?$

(I):
$\to E_{MA} = E_{MB}$

$$\frac{1}{2} m \underbrace{v_A^2}_{0} + mg h_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + mg \overset{0}{h_B}$$

$$\boxed{g l = \frac{1}{2} v_B^2} \quad \text{(III)}$$

(II): $E_{MB} = E_{MC}$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2 + \cancel{m} g \overset{0}{h_B} = \frac{1}{2} \cancel{m} v_C^2 + \cancel{m} g\, \overline{PB} \times 2$$

$$\to \frac{1}{2} v_B^2 \overset{\text{(III)}}{=} g l = \frac{1}{2} v_C^2 + g \overset{\text{(IV)}}{(l-d)} \times 2$$

$$g l = \frac{1}{2} v_C^2 + 2 g l - 2 g d$$

$$g l = 2 g d - \frac{1}{2} v_C^2$$

$$\to \boxed{2 g d = \frac{1}{2} v_C^2 + g l} \quad \text{V}$$

en C:

$T + P = m\, a_c$

Si $T = 0N \to$ se cae $\to$ no da la vuelta, considero $T \to 0N$ caso límite

$T \to 0N \to P = m \cdot a_c$

$$\cancel{m} g = \cancel{m} \cdot a_c \to g = a_c = \frac{v_c^2}{R} = \boxed{\frac{v_c^2}{l-d} = g} \quad \text{VI}$$

Reemplazo (VI) en (V):

$$\frac{2 \cancel{v_c^2} d}{l-d} = \frac{1}{2} \cancel{v_c^2} + \frac{\cancel{v_c^2} l}{l-d}$$

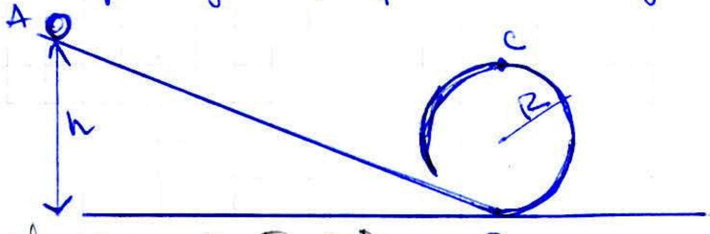
$$\frac{2d}{l-d} - \frac{l}{l-d} = \frac{1}{2} = \frac{2d - l}{l-d} \to l - d = 4d - 2l$$

$$3l = 5d$$

$$\frac{3}{5} l = \boxed{d = 0.6 l}.$$

Con $d < 0,6 l \to R$ es menor. Con R menor (en VI) la velocidad será menor y la masa se caerá antes de dar la vuelta.

(101) Por una rampa sin rozamiento se deja deslizar una partícula desde una altura h. Al finalizar la rampa sigue una pista vertical y circular como muestra la figura. ¿Desde qué altura habrá que soltar la partícula para que pueda dar una vuelta completa sin desprenderse de la pista?



La única fuerza que trabaja es el peso $\rightarrow E_{MF} = E_{Mi}$

$E_{MA} = E_{MB}$ $\qquad h_A = h \quad h_B = 0m \quad h_C = 2R$

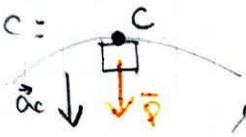
$v_A = 0 m/seg$

$\frac{1}{2} m \underbrace{v_A^2}_{0} + mgh_A = \frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2 + \cancel{m} g \overset{0}{h_B} \longrightarrow \boxed{2gh = v_B^2}$ ①

$E_{MB} = E_{MC}$

$\frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2 + \cancel{m} g \overset{0m}{h_B} = \frac{1}{2} \cancel{m} v_c^2 + \cancel{m} g h_c \longrightarrow \boxed{v_B^2 = v_c^2 + \overset{4Rg}{2g2R}}$ ②

En C:



$P = m\, a_c$

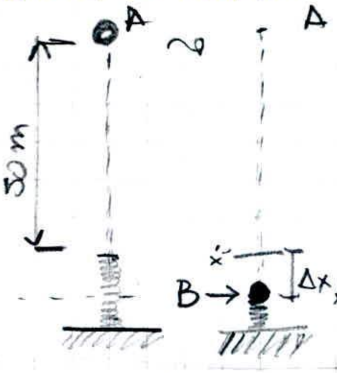
$\cancel{m} g = \cancel{m} a_c \rightarrow g = a_c = \boxed{\frac{v_c^2}{R} = g}$ ③

① y ② $\rightarrow 2gh = v_c^2 + 4Rg$

x③ $\rightarrow 2 \cdot \frac{\cancel{v_c^2}}{R} h = \cancel{v_c^2} + 4R \frac{\cancel{v_c^2}}{\cancel{R}} \rightarrow \frac{2h}{R} = 1 + 4 = 5 \rightarrow 2h = 5R \rightarrow \boxed{h = 2{,}5R}$

---

(102) Se deja caer un bloque de 2 kg de masa desde una altura de 50 cm sobre un resorte vertical cuya constante elástica es 2400 N/m. Hallar el máximo acortamiento del resorte.



$v_A = 0 m/seg \qquad v_B = 0 m/seg$ (no desciende más)

$\Delta E_m = \sum W_{RESTO} + \underbrace{W_E}_{= que\ -\frac{k}{2}(x_i^2 - x_f^2)}$

$\sum W_{RESTO} = \Delta E_C + \Delta E_P + \frac{k}{2}(x_f^2 - x_i^2)$ ①

$h_B = 0m \qquad h_A = 50cm + \Delta x$

$m = 2 kg$

- $\Delta E_C = E_{Cf} - E_{Ci} = \frac{1}{2} m \overset{0}{v_B^2} - \frac{1}{2} m \overset{0}{v_A^2} = \boxed{0J = \Delta E_C}$
- $\Delta E_P = mg\overset{0}{h_B} - mgh_A = \boxed{-m \cdot g\,(0{,}5m + \Delta x) = \Delta E_P}$
- $\frac{k}{2}(x_f^2 - x_i^2) = \frac{\overset{1200}{2400} N}{2\ m} (\Delta x^2 - 0^2) = \boxed{+1200 N/m\, \Delta x^2 = \frac{k}{2}(x_f^2 - x_i^2)}$

No hay "otras fuerzas" (solo actúan resorte y peso) $\rightarrow \boxed{\sum W_{RESTO} = 0}$

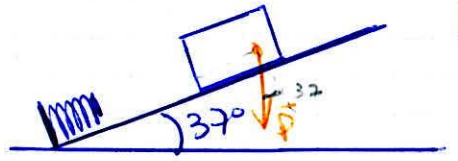
① $\rightarrow 0J = 0J - \overset{2kg}{m} g (0{,}5m + \Delta x) + 1200 \frac{N}{m} \Delta x^2 \rightarrow -20N \times 0{,}5m - 20N\, \Delta x + 1200 \frac{N}{m} \Delta x^2 = 0$

$\rightarrow 1200 N/m\, \Delta x^2 - 20N\, \Delta x - 10J = 0J \xrightarrow{\Delta x > 0} \Delta x = 0{,}10 m$

$\boxed{\Delta x = 10 cm}$

dinám. pto mat.

(103) Un resorte ideal de constante elástica 1000 N/m se coloca en la parte inferior de un plano inclinado de 37° como indica la figura.



Desde el extremo superior del plano y a partir del reposo se deja deslizar sin rozamiento un bloque de 10 kg, se observa que se detiene después de comprimir el resorte 60 cm. Calcular:

a) la distancia que deslizó el bloque hasta detenerse

$v_0 = 0\,m/seg$

$m = 10\,kg \quad P = 100\,N$

$80\,N = P_y = P.\cos(37)$

$60\,N = P_x = P\,sen(37)$

$k = 1000\,N/m$

$\rightarrow v_f = 0\,m/seg$

$$\Delta E_m = \Sigma W_{OTRAS} + W_e$$

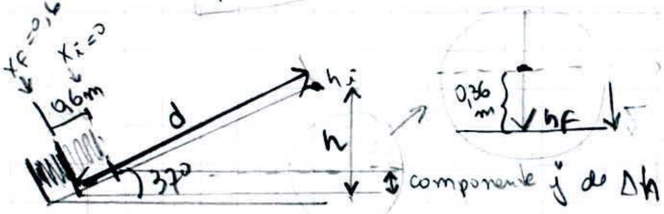
las únicas fuerzas que trabajan son Peso y Felástica

$\therefore \Sigma W_{OTRAS} = 0\,J \rightarrow \boxed{\Delta E_m = W_e}$

$\rightarrow \Delta E_m = \underbrace{\Delta E_c}_{\substack{0J \\ \text{pues } v_0 = v_f}} + \Delta E_p$

$\rightarrow \Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = mg\overbrace{h_f}^{0} - mg\overbrace{h_i}^{h}$

$\rightarrow \boxed{\Delta E_p = -mgh}$ ①



$|\Delta h| = 0{,}36\,m$

$$W_e = \frac{k}{2}(x_i^2 - x_f^2) = \frac{\overset{500}{\cancel{1000}}}{\cancel{2}}\frac{N}{m}(0\,m - 0{,}36\,m) = \boxed{-180\,J = W_e} \quad ②$$

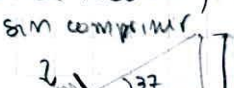
① y ② $\rightarrow \Delta E_m = W_e \longrightarrow -mgh = -180\,J = -10\,kg\, 10\frac{m}{seg^2}\cdot h \rightarrow h = 1{,}8\,m$

$h = d\,sen(37) = 1{,}80\,m \longrightarrow \boxed{d = 3\,m}$ ✓

b) la velocidad del bloque en el instante en que tome contacto con el resorte.

Hasta que toca el resorte, la única fuerza que trabaja es el peso $\rightarrow \Delta E_{mc} = 0$

$E_{m_F} = E_{m\,i}$ sin comprimir



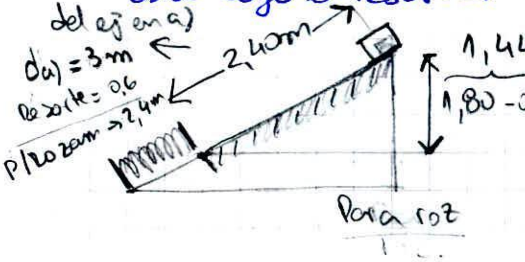
$\overbrace{h - 0{,}36\,m}^{\Delta h} = 1{,}80\,m - 0{,}36\,m \rightarrow \Delta h = 1{,}44\,m$

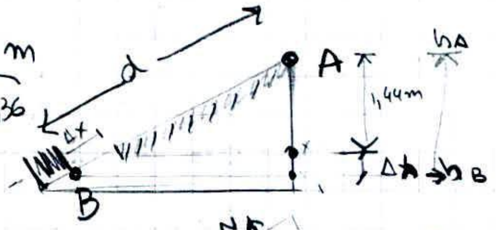
$\rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m} v_f^2 + \cancel{m} g \overbrace{h_F}^{0} = \frac{1}{2}\cancel{m} v_0^2 + \cancel{m}.g\,\Delta h$

$$v_f^2 = 2g\,\Delta h = 2 \times 10\frac{m}{seg^2}\cdot 1{,}44\,m = 28{,}8\,\frac{m^2}{seg^2}$$

$$\boxed{v_f = 5{,}37\,m/seg}$$ ✓

c) repetir a) y b) considerando que entre el bloque y el plano existe rozamiento ($\mu_c = 0,5$) y que se suelta desde la misma posición anterior.
En este caso se omite el dato de acortamiento del resorte dado antes y puede despreciarse rozamiento en la parte del plano que está bajo el resorte.





v_A: $v_0 = 0\ m/seg$ $\quad$ v_B: $v_f = 0\ m/seg$

$h_A = 1,44 + \Delta x$ $\quad$ $h_B = 0\ m$

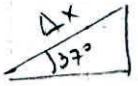
$m = 10\ kg \rightarrow P = 100\ N$

$N = P_y = P \cos 37 = 80\ N$

$$W_e + \Sigma W_{RESTO} = \Delta E_m$$

- $\Delta E_m = \overset{0}{\Delta E_c} + \Delta E_p \overset{v_0 = v_f}{=} \Delta E_p = m g \overset{0\,m}{h_B} - m g h_A = \boxed{-100\ N(1,44\ m + \Delta h)}$
- $W_e = \frac{k}{2}(\overset{0}{x_i^2} - x_f^2) = 500\ N/m\,(-\Delta x^2) = \boxed{-500\ N/m\ \Delta x^2 = W_e}$
- $\Sigma W_{RESTO} = W_{F\,ROCE} = |\vec{F}_{ROCE}||\vec{\Delta x}| \cos(180°) = \mu_c N \cdot 2,40\ m\ (-1) =$
  $= -0,5 \times 80\ N \times 2,40\ m = \boxed{-96\ J = \Sigma W_{otras}}$

$$\rightarrow -500\ N/m\ \Delta x^2 - 96\ J = -100\ N(1,44\ m + \Delta h) = -144\ J - 100\ N\ \Delta h$$

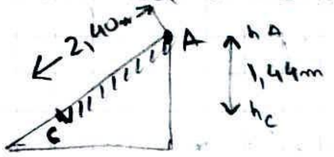


Δh $\quad$ $\boxed{\Delta h = \Delta x\ sen(37)}$

$$-500\ N/m\ \Delta x^2 + 100\ N\ \Delta x\ sen(37) + 48\ J = 0 \xrightarrow{\Delta x > 0} \Delta x = 0,38\ m$$

$$d = 2,40\ m + \Delta x = 2,40\ m + 0,38\ m = \boxed{2,78\ m = d}\ ✓$$

- Velocidad del bloque cuando llega al resorte



$$\Sigma W_{OTRAS\ F} = \Delta E_m$$

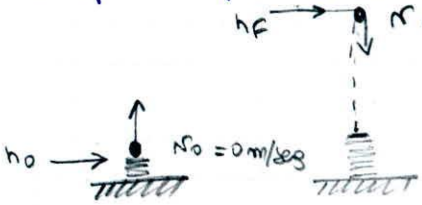
$$W_{F\,ROCE} = \tfrac{1}{2} m v_c^2 + m g \overset{0}{h_c} - \tfrac{1}{2} m \overset{0}{v_A^2} - m g h_A$$

$$-96\ J = \frac{10\ kg}{2} v_c^2 - \underbrace{100\ N \times 1,44\ m}_{144\ J}$$

$$144\ J - 96\ J = 5\ kg\ v_c^2$$

$$\frac{48\ J}{5\ kg} = v_c^2 = 9,6\ m^2/seg^2 \rightarrow \boxed{v_c = 3,10\ m/seg}\ ✓$$

(104) Calcular la altura máxima que alcanzará un proyectil de 50 g, disparado por un resorte vertical que acumuló una energía de 2500 J



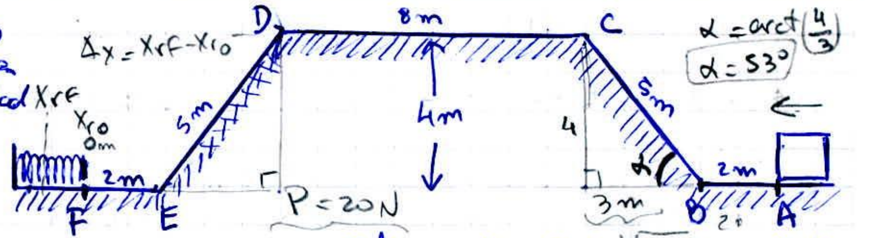
$$W_e + \underbrace{\Sigma W_{otras}}_{0\,J} = \Delta E_m$$

$$W_e = \frac{1}{2} m v_F^2 + m g h_F - \frac{1}{2} m v_0^2 - m g h_0$$

$m = 0{,}05\,kg \rightarrow m \cdot g = 0{,}5\,N$ 2500 J = 0,5 N h_F $\rightarrow$ $\boxed{h_F = 5000\,m}$

---

(105) Un bloque de masa 2 kg se desliza sobre la trayectoria de la figura. En A su velocidad es de 12 m/s y al llegar a F comienza a comprimir el resorte de constante elástica 216 N/m.
El coeficiente de roce cinético es 0,1 en el tramo ABCDEF y se puede considerar nula la fuerza de rozamiento fuera de dicho tramo.
Calcular la máxima compresión experimentada por el resorte.



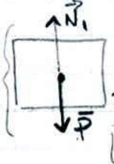
$\alpha = arct\left(\frac{4}{3}\right)$ $\boxed{\alpha = 53°}$

$P = 20\,N$ $m = 2\,kg$ $\mu_c = 0{,}1$ $\sqrt{5^2 - 4^2}$ $v_A = 12\,m/s$

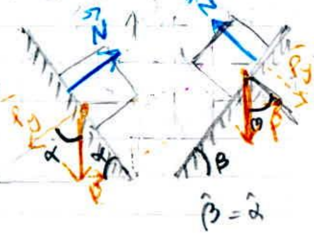
$k = 216\,\frac{N}{m}$

$|N| = |P_y| = P \cos(\alpha) = 12\,N$

en $\overline{AB}$, $\overline{DC}$, $\overline{FE}$



$N_1 = P = 20\,N$
$F_{R_1} = 0{,}1 \times 20\,N$
$\boxed{F_{R_1} = 2\,N}$



$\hat{\beta} = \hat{\alpha}$

① $W_e + \Sigma W_{otras\,F} = \Delta E_m$

- $W_e = \frac{k}{2}(x_i^2 - x_F^2) = \frac{\cancel{216}^{108}}{\cancel{2}} \frac{N}{m}(-x_F^2) \rightarrow \boxed{W_e = -108\,N/m\; x_F^2}$

- $\Delta E_m = \frac{1}{2} m \underbrace{v_F^2}_{0 \rightarrow \text{se detiene}} + m g h_F - \frac{1}{2} m v_A^2 - m g h_A = -\frac{1}{2}\, 2\,kg \cdot 12^2 \frac{m^2}{seg^2} = -144\,J$

$\boxed{\Delta E_m = -144\,J}$

- $\Sigma W_{otras\,F} = W_{F\,roce\,\overline{BA}} + W_{F\,roce\,\overline{CB}} + W_{F\,roce\,\overline{DC}} + W_{F\,roce\,\overline{ED}} + W_{F\,roce\,\overline{FE}}$

$W_{F\,roce\,\overline{BA}} = W_{F\,roce\,\overline{FE}} = |\vec{F}_{roce_1}|\,|\Delta x_1| \cos(180) = -2\,N \times 2\,m = \boxed{-4\,J = W_{FR_1}}$

$W_{F\,roce\,\overline{CB}} = W_{F\,roce\,\overline{ED}} = |\vec{F}_{roce_2}|\,|\Delta x_2| \cos(180) = -\underset{\mu_c}{0{,}1} \times \underset{N}{12\,N} \times 5\,m = \boxed{-6\,J = W_{FR_2}}$

$W_{F\,roce\,\overline{DC}} = |\vec{F}_{roce}|\,|\Delta x_3| \cos 180 = -0{,}1 \cdot 20\,N \times 8\,m = \boxed{-16\,J = W_{FR_3}}$

$\rightarrow \Sigma W_{otras} = -4\,J - 6\,J - 16\,J - 6\,J - 4\,J = \boxed{-36\,J = \Sigma W_{otras\,F}}$

① $-108\,\frac{N}{m} x_F^2 + (-36\,J) = -144\,J \longrightarrow 108\,\frac{N}{m} x_F^2 = 108\,J \rightarrow \boxed{x_F = 1\,m}$ ✓

(106) Idem problema anterior, si la velocidad en A es 6 m/seg y CD = 9 m

$W_e + \sum W_{otras\,F} = \Delta E_m$

- $\Delta E_m = \Delta E_c = \frac{1}{2} m \overset{0}{v_F^2} - \frac{1}{2} m v_A^2 = -\frac{1}{2} 2\,kg \cdot 6^2\,m^2/seg^2 = \boxed{-36\,J = \Delta E_m}$
- $W_e = \frac{k}{2}(\overset{0}{x_i^2} - x_F^2) = -\frac{216}{2}\frac{N}{m} \cdot x_F^2 = \boxed{-108\,\frac{N}{m} x_F^2 = W_e}$
- $\sum W_{otras\,F} = \sum F_{roce} = \overset{AB}{W_{FR1}} + \overset{BC}{W_{FR2}} + \overset{CD}{W_{FR3}} + \overset{DE}{W_{FR4}} + \overset{EF}{W_{FR5}} =$

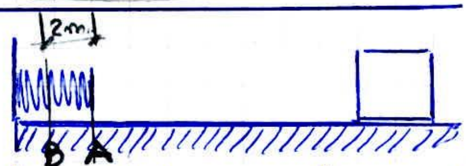
datos calculados en ej. 105 $\rightarrow = -4\,J - 6\,J + W_{FR3} - 6\,J - 4\,J = \boxed{-38\,J = \sum W_{FR}}$

- $W_{FR3} = |F_{roce}||\Delta x| \cos(180) = -0{,}1 \times 20\,N \times 9\,m = -18\,J$

$\hookrightarrow -108\,\frac{N}{m} x_F^2 - 38\,J = -36\,J \rightarrow x_F^2 = \frac{-2\,J}{108\,N}\,m$ $\xrightarrow[\text{y } \frac{-2}{108} < 0]{\text{Absurdo. } x_F^2 > 0}$ $\boxed{\text{No llega al resorte}}$ ✓

---

(107) Un bloque de masa 2 kg que se desplaza sobre una superficie horizontal choca con un resorte de constancia elástica 2 N/m. El resorte sufre un acortamiento máximo de 2 m. Si el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie horizontal es 0,3: calcular con qué velocidad impactó el bloque sobre el resorte.



$m = 2\,kg \rightarrow P = 20\,N \rightarrow N = 20\,N \rightarrow F_{roce} = \mu_c N = 0{,}3 \times 20\,N = \boxed{6\,N = F_{roce}}$

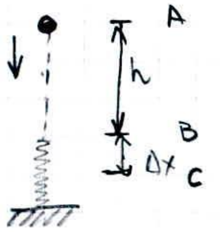
$W_e + \sum W_{otras\,F} = \Delta E_m \xrightarrow{h = \text{0 m cte}} W_e + W_{F\,roce} = \Delta E_c$

- $W_e = \frac{k}{2}(\overset{0}{x_i^2} - x_f^2) = -\frac{2}{2}\frac{N}{m} x_f^2 \xrightarrow{x_f = 2\,m} \boxed{W_e = -4\,J}$
- $W_{F\,roce} = |\vec{F}_{roce}||\vec{\Delta x}| \cos(180) = -6\,N \cdot 2\,m = \boxed{-12\,J = W_{F\,roce}}$
- $\Delta E_c = E_{cB} - E_{cA} = \frac{1}{2} m \underbrace{v_B^2}_{0\,m \rightarrow \text{se detuvo}} - \frac{1}{2} m v_A^2 = -\frac{1}{2} 2\,kg \cdot v_A^2 = \boxed{-1\,kg\,v_A^2 = \Delta E_c}$

$\hookrightarrow -4\,J + (-12\,J) = -1\,kg\,v_A^2 = -16\,J \rightarrow v_A^2 = 16\,m^2/seg^2 \rightarrow \boxed{v_A = 4\,m/seg}$ ✓

dinam. pto mat.

(108) Se deja caer un cuerpo de masa 1 kg sobre un resorte vertical, desde una determinada altura. La constante elástica del resorte es 30000 N/m. El cuerpo pierde el 25% de su energía mecánica por rozamiento con el aire. Determinar el valor ~~para~~ de la altura para que el resorte tenga un acortamiento máximo de 10 cm.



$v_A = 0\,m/seg$ $\quad h_A = h + \Delta x$ $\quad k = 30000\,N/m$ $\quad m = 1\,kg \rightarrow P = 10\,N$

$v_B = ?$ $\quad h_B = \Delta x$

$v_C = 0\,m/seg$ $\quad h_C = 0\,m$ $\quad E_{M} = 0{,}75\, E_{MA}$

x rozam. con el aire

(I) $W_e + \Sigma W_{otras\,F} = \Delta E_M$

- $\boxed{\Delta E_m = \frac{1}{2} m \overset{0\,m/s}{v_C^2} + m \cdot g \overset{0\,m}{h_C} - \frac{1}{2} m \overset{0\,m/s}{v_A^2} - mg(h_A) = -10\,N\,(h+\Delta x)}$
- $\Sigma W_{otras\,F} = W_{F\,roce\,aire} = 25\%\, E_{mA} \rightarrow \boxed{W_{F\,roce\,aire} = -2{,}5\,N\,(h+\Delta x)}$
- $W_e = \frac{k}{2}(x_i^2 - x_f^2) = \frac{30000}{2}\frac{N}{m} \cdot (0 - 0{,}10^2\,m^2) = \boxed{-150\,J = W_e}$

(I) $-150\,J - 2{,}5\,N\,(h+\Delta x) = -10\,N\,(h+\Delta x)$

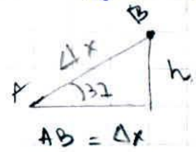
$7{,}5\,N\,(h+\Delta x) = 150\,J$

$\boxed{\Delta x = 0{,}1\,m} \rightarrow 7{,}5\,N\,h + 0{,}75\,J = 150\,J \longrightarrow 7{,}5\,N\,h = 149{,}25\,J \longrightarrow \boxed{h = 19{,}9\,m}$

---

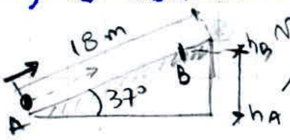
(109) Una rampa de 18 m de longitud está inclinada hacia arriba 37°. Desde la parte inferior se lanza un móvil con velocidad 20 m/s. El μ_c entre el cuerpo y la rampa es 0,5. Determinar, usando únicamente consideraciones energéticas:

a) la máxima altura a que llega el móvil



$AB = \Delta x$

(I) $h = \Delta x \operatorname{sen} 37$



$v_A = 20\,m/seg$ $\quad h_A = 0\,m$

$\mu_c = 0{,}5$ $\quad h_B = ?$ en donde $v_B = 0\,m/seg$

$\overset{0\,(\text{no hay resorte})}{W_e} + \Sigma W_{otras\,F} = \Delta E_m$

$W_{F\,roce} = \frac{1}{2} m \underset{0}{v_B^2} + m g h_B - \frac{1}{2} m v_A^2 - m g \overset{0}{h_A}$

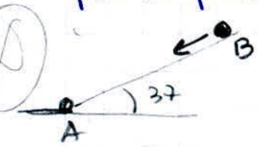
$|\vec{F}_{roce}|\,|\Delta x| \overset{-1}{\cos(180)} = m g h_B - \frac{m}{2} v_A^2$

$-\mu_c \cancel{m} g \cos(37)\, \underset{(I)}{\Delta x} = \cancel{m}\,(g h_B - \frac{1}{2} 20^2 \frac{m^2}{seg^2}) = g h_B - 200 \frac{m^2}{seg^2}$

$\overset{-6{,}635\,m/s^2}{-0{,}5 \times 10 \frac{m}{seg^2} \cos(37)}\; \frac{h_B}{\operatorname{sen}(37)} = 10 \frac{m}{seg^2} h_B - 200\, m^2/seg^2$

$-5 \frac{m}{seg^2} \frac{\cos(37)}{\operatorname{sen}(37)} \cdot h_B = 10 \frac{m}{seg^2} h_B - 200 \frac{m^2}{seg^2} \longrightarrow 200\, m^2/s^2 = 16{,}635 \frac{m}{seg} h_B \rightarrow \boxed{h_B = 12{,}02\,m}$

b) el módulo de velocidad con que llega al plano horizontal que pasa por la parte inferior de la rampa



$h_B = 12{,}02\,m$

$v_B = 0\,m/seg$

$h_A = 0\,m$

$v_A = ?$

$W_{F\,roce} = \Delta E_m$

$-\mu_c \cancel{m} g \cos 37\, \Delta x = \frac{1}{2} \cancel{m} v_A^2 + \cancel{m} g \overset{0}{h_A} - \frac{1}{2} \cancel{m} \overset{0}{v_B^2} - \cancel{m} g h_B$

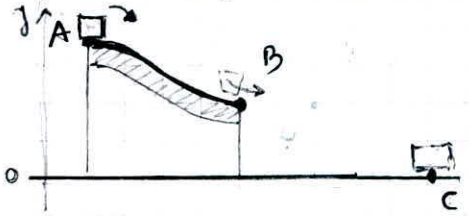
$-\mu_c g \cos 37 \frac{h_B}{\operatorname{sen} 37} = \frac{1}{2} v_A^2 - g h_B$

$120{,}2 \frac{m^2}{seg^2} - 79{,}76 \frac{m^2}{seg^2} = 40{,}44 \frac{m^2}{seg^2} = \frac{v_A^2}{2} \longrightarrow v_A =$

con o sin rozam ?

(110) Un pequeño cuerpo de masa 20 kg que está en reposo a 35 m de altura sobre el piso, se lo deja deslizar sobre el riel cuyo otro extremo está a 20 m sobre el piso. El cuerpo abandona el riel con una velocidad horizontal de 15 m/s y llega al piso. Entre el cuerpo y el riel existe rozamiento y se desprecia la resistencia con el aire.
Hallar:

a) El trabajo de la fuerza roce



$m = 20\,kg \rightarrow P = 200\,N$
$h_A = 35\,m \quad v_A = 0\,m/seg$
$h_B = 20\,m \quad \vec{v}_B = 15\,m/seg\ \breve{i}$
$h_C = 0\,m$

$$\overbrace{W_e}^{0 \Leftrightarrow \text{no hay resorte}} + \underbrace{\Sigma W_{otras\,F}} = \Delta E_m$$

$$\boxed{W_{FROCE} = \Delta E_m}$$

$$\Delta E_m = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g h_B - \frac{1}{2} m \overbrace{v_A^2}^{0\,m/seg} - m g h_A =$$

$$= 10\,kg\ 15^2\,m^2/seg^2 + 200\,N\ 20\,m - 200\,N \cdot 35\,m = -750\,J$$

$$W_{FROCE} = \Delta E_m = \boxed{-750\,J = W_{FROCE}}$$ ✓

b) El módulo de la velocidad con que llega al piso (usando consideraciones energéticas)

Entre B y C solo trabaja el peso $\rightarrow \Delta E_{M\,BC} = 0 \rightarrow E_{MB} = E_{MC}$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2 + \cancel{m} g h_B = \frac{1}{2} \cancel{m} v_C^2 + \cancel{m} g \overbrace{h_C}^{0\,m} \rightarrow v_B^2 + 2 g h_B = v_C^2$$

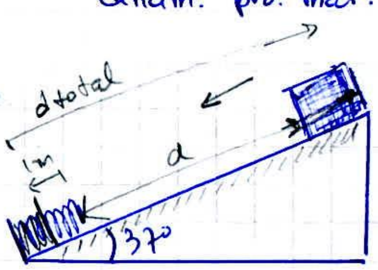
$$\rightarrow 15^2\,m^2/seg^2 + 2 \times 10\,m/seg^2 \cdot 20\,m = 625\,m^2/seg^2 = v_C^2 \rightarrow \boxed{v_C = 25\,m/seg}$$ ✓

c) El trabajo de la fuerza peso en todo el trayecto

$$W_{Peso} = \Delta E_P = E_{P_C} - E_{PA} = m g \overbrace{h_C}^{0} - m g h_A = -200\,N \cdot 35\,m = \boxed{-7000\,J = W_P}$$ ✓

dinám. pto. mat.

(III) Un resorte ideal y sin masa puede comprimirse 2 m con una fuerza de 880N. Se coloca el mismo en la parte inferior de un plano inclinado 37° con la horizontal como muestra la figura. Se suelta un cuerpo de masa 10 kg en la parte superior del plano inclinado. Al descender produce un acortamiento máximo del resorte de 1m. El coef. de roz. cinético entre el cuerpo y el plano inclinado es 0,2.



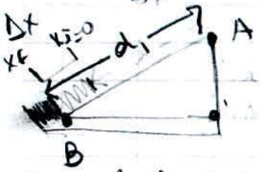
$m = 10\,kg \quad \mu_c = 0{,}2$

Determinar cuál será la distancia entre la posición inicial y la posición de detención después de rebotar una vez el resorte

$k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{880\,N}{2\,m} = \boxed{440\,N/m = k}$

$P = 100\,N \rightarrow P_y = 100\,N \cos(37)$
$P_y = 80\,N = N$

$F_{roce} = \mu_c N = 0{,}2 \times 80\,N = \boxed{16\,N = F_{roce}}$



$\Delta x = 1\,m \qquad \boxed{W_e + \Sigma W_{otras\,F} = \Delta E_m}$ (I)

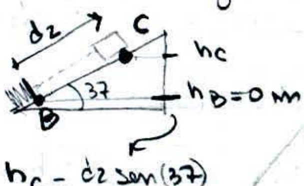
$h_A = ?\ \ v_A = 0\,m/s$
$h_B = 0\,m,\ v_B = 0\,m/s$

- $W_e = \frac{k}{2}(x_i^2 - x_f^2) = \frac{440}{2}\frac{N}{m} \cdot (-1\,m^2) = \boxed{-220\,J = W_e}$
- $\Sigma W_{otras\,F} = W_{Froce} = |\vec{F}_{roce}||\vec{d}_1| \cos 180 = \boxed{-16\,N\,d_1 = \Sigma W_{otras\,F}}$
- $\Delta E_m = E_{mB} - E_{mA} = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g h_B - \frac{1}{2} m v_A^2 - m g h_A = -100\,N\,h_A$

$h_A = d_1 \operatorname{sen}(37) = \boxed{0{,}6\,d_1 = h_A} \longrightarrow \boxed{\Delta E_m = -60\,N\,d_1}$

de (I) $\rightarrow -220\,J - 16\,N\,d_1 = -60\,N\,d_1 \longrightarrow 44\,N\,d_1 = 220\,J \rightarrow \boxed{d_1 = 5\,m}$

Ahora analizo el mov. desde B hasta C, en donde se detiene

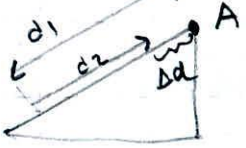


$h_C = d_2 \operatorname{sen}(37)$
(*) $h_C = 0{,}6\,d_2$

$v_B = v_C = 0\,m/seg \rightarrow \Delta E_c = 0\,J \qquad \boxed{W_e + W_{Froce} = \Delta E_m}$

- $\boxed{W_e = +220\,J}$ como antes pero con signo contrario
- $W_{Froce} = |\vec{F}_{roce}||\vec{d}_2| \cos(180) = \boxed{-16\,N\,d_2 = W_{Froce}}$
- $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = E_{pC} - E_{pB} = m g h_C - m g h_B \overset{(*)}{=} \boxed{100\,N\,0{,}6\,d_2 = \Delta E_m}$

$\rightarrow W_e + W_{Froce} = \Delta E_m \longrightarrow +220\,J - 16\,N\,d_2 = 60\,N\,d_2$

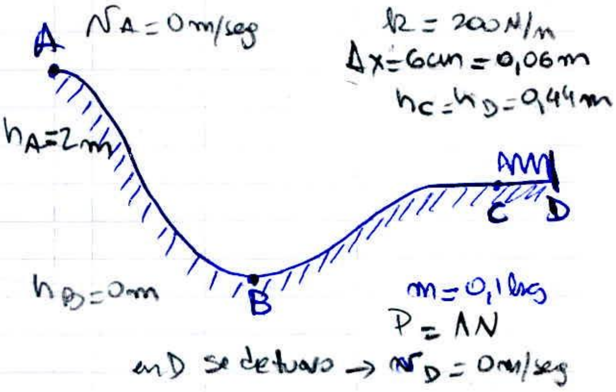


$220\,J = 76\,N\,d_2 \rightarrow \boxed{d_2 = 2{,}90\,m}$

A → posición inicial

$\Delta d = d_1 - d_2 = 5\,m - 2{,}9\,m = \boxed{2{,}10\,m = \Delta d \text{ hacia abajo}}$

(112) Un punto material de masa 0,1 kg se desliza a partir del reposo en A, a lo largo de la trayectoria indicada en la figura, sometido a la acción de una fuerza de roce supuesta de módulo constante.
El punto A está a 2 m de altura y los puntos C y D a 44 cm, todos ellos con respecto a B.
La longitud recorrida por el punto material desde A hasta B es 2,5 m y de B hasta lograr la máxima compresión del resorte es 1,5 m.
$k = 200$ N/m y el máximo acortamiento de éste es 6 cm.
Calcular, usando únicamente consideraciones energéticas:



a) el módulo de la fuerza de roz. supuestamente constante

$long_{(A,B)} = 2,5$ m

$long_{(B,D)} = 1,5$ m

$W_e + W_{F\,ROCE} = \Delta E_m$

- $W_e = \frac{k}{2}\overbrace{(x_i^2 - x_f^2)}^{-\Delta x^2} = \frac{200}{2}\frac{N}{m} \cdot (-0,06^2\,m^2) = \boxed{-0,36\,J = W_e}$

- $W_{F\,ROCE} = |\vec{F}_{ROCE}|\,|long(A,B) + long(B,D)| \cos 180 = \boxed{-F_{ROCE} \cdot 4m = W_{F\,ROCE}}$

- $\Delta E_m = E_{m_D} - E_{m_A} = \frac{1}{2} m \overbrace{v_D}^{0}{}^2 + m \cdot g\, h_D - \frac{1}{2} m \overbrace{v_A}^{0}{}^2 - m g h_A =$
  $= 1N \cdot 0,44m - 1N\, 2m = \boxed{-1,56\,J = \Delta E_m}$

$\rightarrow -0,36J - F_{ROCE}\,4m = -1,56\,J \rightarrow F_{ROCE} = \frac{(1,56 - 0,36)\,J}{4m} = \boxed{0,3N = F_{ROCE}}$ ✓

b) El módulo de la velocidad al pasar por el punto B

$\overbrace{W_e}^{0 \text{ (no hay resorte)}} + W_{F\,ROCE} = \Delta E_m \rightarrow \boxed{W_{F\,ROCE} = \Delta E_m}$

- $W_{F\,ROCE} = |\vec{F}_{ROCE}|\,|\overbrace{\Delta x}^{long(A,B)}| \cos 180 = -0,3N \times 2,5\,m = \boxed{-0,75\,J = W_e}$ ①

- $\Delta E_m = E_{m_B} - E_{m_A} = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g \overbrace{h_B}^{0m} - \frac{1}{2} m \overbrace{v_A}^{0}{}^2 - m g h_A =$
  $= 0,05\,kg\, v_B^2 - 1N\, 2m = \boxed{0,05\,kg\, v_B^2 - 2J = \Delta E_m}$ ②

① = ② $\rightarrow 0,05\,kg\, v_B^2 - 2J = -0,75J \rightarrow v_B^2 = 25\,m^2/seg^2 \rightarrow \boxed{v_B = 5\,m/seg}$ ✓

c) El trabajo realizado por la fuerza elástica para detener el punto material

calculado en a) $\rightarrow \boxed{W_e = -0,36\,J}$ ✓

(113) Un cuerpo de masa 10 kg se lanza verticalmente hacia arriba en el vacío con una velocidad de 20 m/seg.
Calcular, usando únicamente consideraciones energéticas:

a) la energía potencial máxima adquirida por el cuerpo

$E_p = m.g.h \xrightarrow{m \text{ y } g \text{ const.}} E_p$ es máx cuando h es máx. $\longrightarrow$ en h máx $v_B = 0$ m/s

La única fuerza que trabaja es el peso $\rightarrow \Delta Em = 0$

$h_B = h$ máx $\quad v_B = 0$ m/seg

$m = 10$ kg $\rightarrow P = 100$N

$h_A = 0$m $\quad v_A = 20$ m/seg

$\Delta Em = 0 \rightarrow Em_B = Em_A$

$\frac{1}{2} m \overset{0 \text{ m/seg}}{v_B^2} + mgh_B = \frac{1}{2} m v_A^2 + mg \overset{0\text{m}}{h_A}$

$\underbrace{mgh_B}_{E_{PB}} = \frac{1}{2} 10\text{kg } 20^2 \text{ m}^2/\text{seg}^2 = \boxed{2000\text{J} = E_{P\,máx}}$

b) la posición respecto del lanzamiento cuando la velocidad es 10 m/seg

$C \rightarrow h_C = ?\ v_C = 10$ m/seg

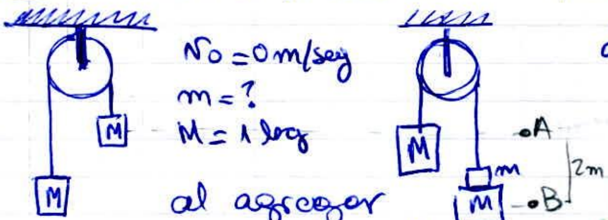
$A \rightarrow h_A = 0$m $\quad v_A = 20$ m/seg

$\Delta Em = 0 \rightarrow Em_A = Em_C$

$\frac{1}{2} \cancel{m} v_A^2 + \cancel{m}g\overset{0}{h_A} = \frac{1}{2} \cancel{m} v_C^2 + \cancel{m} g h_C$

$\rightarrow h_C = \dfrac{v_A^2 - v_C^2}{2g} = \dfrac{20^2 \text{ m}^2/\text{seg}^2 - 10^2 \text{ m}^2/\text{seg}^2}{2 \times 10 \text{ m/seg}^2} = \boxed{h_C = 15\text{m}}$

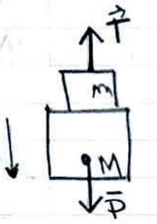
(114) Resolver el problema 22-a) usando únicamente consideraciones energéticas



$v_0 = 0$ m/seg
$m = ?$
$M = 1$ kg

al agregar m recorre 2m en 2 seg
$v_F = 2$ m/seg

a) Hallar el valor de m



$W_e + \Sigma W_{\text{OTRAS } F} = \Delta Em$
no hay resorte $\rightarrow$ 0J
La única "OTRA F" es T.

$W_T = \Delta Em$

• $W_T = |\vec{T}|\,|\Delta x| \cos(180) = -11\text{ N} \times 2\text{m} = \boxed{-22\text{ J} = W_T}$

• $\Delta Em = \frac{1}{2}(M+m)v_F^2 + (M+m)g\overset{0}{h_B} - \frac{1}{2}(M+m)\underset{0}{v_0^2} - (M+m)g\,h_A =$

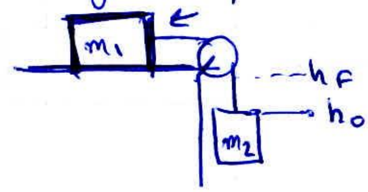
$= \frac{1}{2}(1\text{kg}+m)\, 2^2 \text{ m}^2/\text{seg}^2 - (1\text{ kg}+m)\, 10 \text{ m/seg}^2 . 2\text{ m} =$

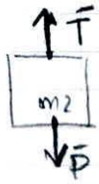
$= 2\text{J} + 2m \text{ m}^2/\text{seg}^2 - 20\text{J} - 20\, m \text{ m}^2/\text{seg}^2 = \boxed{-18\text{J} - 18\, m \text{ m}^2/\text{seg}^2 = \Delta Em}$

$\rightarrow W_T = \Delta Em \longrightarrow -22\text{J} = -18\text{J} - 18\, m \text{ m}^2/\text{seg}^2 \longrightarrow m = \dfrac{4\text{J}}{18 \text{ m}^2/\text{seg}^2} = 0{,}22$ kg

$\boxed{m = 0{,}22 \text{ kg}}$

115) Para el problema 49 hallar, usando únicamente consideraciones energéticas, la altura que sube la masa m_2





$T = 192\,N$ $\quad m_2 = 40\,kg$ $\quad v_0 = 2\,m/seg$

$\boxed{W_T = \Delta E_m}$ $\quad v_f = 0\,m/seg$ (hasta detenerse)

- $W_T = |\vec{F}|\,|\Delta x|\cos(0) = \boxed{192\,N \cdot hf = W_T}$
- $\Delta E_m = \frac{1}{2} m_2 \overset{0}{v_f^2} + m_2 g\, hf - \frac{1}{2} m_2 v_0^2 - m_2 g \overset{0}{h_0} = 400\,N\,hf - \overbrace{20\,kg\; 2^2\, m^2/seg^2}^{80\,J}$

$\rightarrow W_T = \Delta E_m \rightarrow 192\,N\,hf = 400\,N\,hf - 80\,J \rightarrow 80\,J = 208\,N\,hf \rightarrow \boxed{hf = 0{,}39\,m}$

---

116 | la guía sugiere resolverlo junto con "sistemas de puntos materiales"

---

117) Hallar la potencia (en HP) que debe tener un motor para levantar un hombre de 80 kg a una velocidad módulo de 0,3 m/seg si su rendimiento es del 75% (1 HP = 745 W)

745 — 1
320 — 0,43

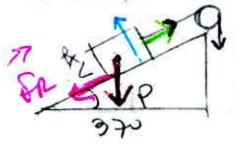
$m = 80\,kg \rightarrow P = 800\,N \rightarrow$ mínimo P a levantar

$Pot = F \cdot \vec{v} = 800\,N \times 0{,}3\,m/seg = 240\,\frac{J}{seg} = 240\,W$

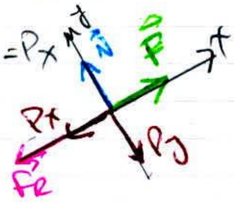
Pot necesaria $\rightarrow$ 240 W representa el 75% $\quad Pot_{real} = 320\,W \xrightarrow{1\,HP = 745\,W} \boxed{Pot_r = 0{,}43\,HP}$

---

118) Por medio de un motor se hace subir un cuerpo por una rampa inclinada 37° con la horizontal, con una aceleración de 0,4 m/seg². La masa del móvil es de 500 kg, el coef. de rozamiento cinético entre el móvil y la rampa es 0,25.
Determinar la pot. instantánea que debe tener ese motor a los 5 segundos de haber iniciado su movimiento



$P_x = P\,sen(37) = 3000\,N = P_x$
$P_y = 4000\,N$



$m = 500\,kg \rightarrow P = 5000\,N$

$F_R = \mu_c \cdot N = 0{,}25 \cdot 4000\,N = 1000 = F_R$

- $\Sigma \vec{F}_y = 0 \rightarrow N = P_y = 4000\,N$
- $\Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}$

$F - P_x - F_R = m \cdot a$
$F = m \cdot a + P_x + F_R =$
$500\,kg \cdot 0{,}4\,m/seg^2 + 3000\,N + 1000\,N =$
$= \boxed{4200\,N = F}$

?

---

119) Un camión de 30000 kg de masa asciende con vel. cte, una montaña de altura 1000 m en un tiempo de 40 min. Calcular la Pot mín. del camión (en HP) necesaria para poder subirla

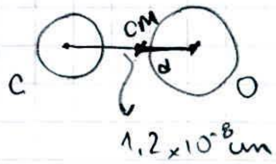
$\Sigma W = \Delta E_m \xrightarrow{vel.\,cte} = \Delta E_p = m \cdot g \cdot h = 30000\,kg\; 10\,m/seg^2 \cdot 1000\,m = \boxed{3 \times 10^8\,J = \Sigma W}$

$Pot = \frac{\Sigma W}{40\,min} = \frac{\Sigma W}{2400\,seg} = 125000\,\frac{J}{seg} = \boxed{168\,HP = Pot}$ ✓

Física 1
Din. pto mat.

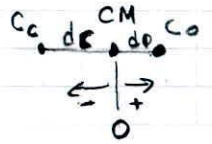
Sistema de puntos materiales

(120): La separación entre los dos átomos de la molécula de monóxido de carbono (CO) es aproximadamente $1,2 \times 10^{-8}$ cm. Determinar la distancia del centro del átomo de oxígeno al centro de la molécula sabiendo que las masas atómicas expresadas en gramos son de 12 gr para el carbono y 16 gr para el oxígeno.



$d = |d_O| + |d_C|$ tomo CM como 0 y $d_O > 0$, $d_C < 0$

$$d = 1,2 \times 10^{-8}\,cm = \overset{\text{incógnita}}{d_O} - d_C \rightarrow \boxed{d_C = d_O - d}$$



$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_O \vec{r}_O + m_C \vec{r}_C}{m_O + m_C}$$

tomo $\vec{r}_{CM}$ como $\bar{0}$ y trabajo las distancias en eje x para no usar vectores

$m_O = 16\,g$
$m_C = 12\,g$

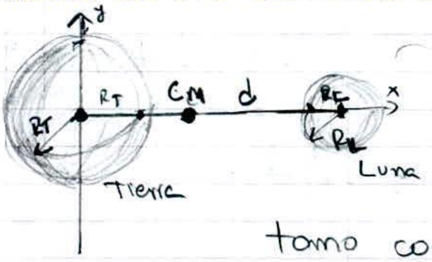
$$\rightarrow 0\,cm = \frac{m_O \cdot d_O + m_C\, d_C}{m_O + m_C} = \frac{16\,gr\, d_O + 12\,g\,(d_O - 1,2 \times 10^{-8}\,cm)}{16\,gr + 12\,gr} =$$

$$\rightarrow 0\,cm = 16\,gr\, d_O + 12\,gr\, d_O - 1,44 \times 10^{-7}\,cm = 28\,gr\, d_O - 1,44 \times 10^{-7}\,cm$$

$$\rightarrow 28\,gr\, d_O = 1,44 \times 10^{-7}\,cm \rightarrow \boxed{d_O = 5,14 \times 10^{-9}\,cm} \checkmark$$

---

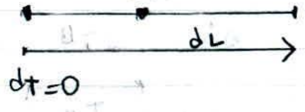
(121) La masa de la tierra es, aproximadamente, 77 veces la de la Luna y la distancia del centro de la tierra al centro de la luna es sesenta veces el radio terrestre ($R_T = 6370$ km). Determinar a qué distancia del centro de la tierra está el centro de masa del sistema tierra-Luna



$m_T = 77\, m_L$ $R_T = 6370$ km

distancia (centro tierra, centro luna) $= 60\, R_T$

tomo como origen de referencia, al centro de la tierra. trabajo en eje x entonces no uso los vectores sino los módulos.



$$d_{(T,L)} = 60\, R_T = 60 \times 6370\,km = d_L$$

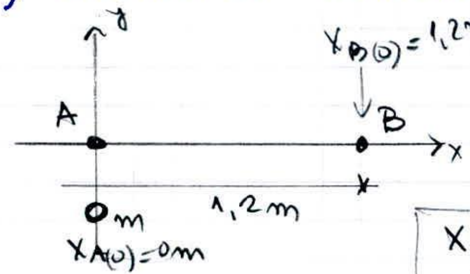
$$r_{CM} = \frac{m_T \overset{0\,km}{d_T} + m_L d_L}{m_T + m_L} = \frac{m_L \cdot 382.200\,km}{77 m_L + m_L} =$$

$$= \frac{\cancel{m_L}\, 382\,220\,km}{78\,\cancel{m_L}} = \boxed{4900\,km = r_{CM}}$$

122) Dos partículas A y B están inicialmente en reposo y separadas por una distancia de 1,2 m atrayéndose con una fuerza constante de 0,1 N, no actuando sobre el sistema de fuerzas exteriores.
Se pide:

$m_A = 1kg$
$m_B = 2kg$

a) describir el movimiento del centro de masa.



$N_{A0} = N_{B0} = 0 \, m/seg$

$F_{ext} = 0N$

$F_{int} = F_{AB} = 0,1N$

$$\boxed{X_{CM(t)} = X_{CM(0)} + N_{CM(0)} \cdot t + \frac{a_{CM}}{2} t^2}$$

- $X_{CM(0)} = \frac{\overset{0}{X_{A(0)}} \cdot m_A + X_{B(0)} \cdot m_B}{m_A + m_B} = \frac{1,2m \cdot 2kg}{1kg + 2kg} = \frac{2.4 \, kgm}{3 \, kg} = \boxed{0,8 \, m = X_{CM(0)}}$
- $N_{CM(0)} = \frac{\overset{0}{N_{A(0)}} m_A + \overset{0}{N_{B(0)}} m_B}{m_A + m_B} = \boxed{0 \, m/seg = N_{CM(0)}}$
- a_{CM} : $\nexists \, F_{ext} \therefore \rightarrow \vec{I} = \vec{0} \rightarrow \vec{P}$ es constante $\rightarrow \boxed{a_{CM} = 0 \, m/seg^2}$

$$\boxed{X_{CM(t)} = X_{CM(0)} = 0,8 \, m}$$

b) ¿a qué distancia de la posición inicial de A chocarán las dos partículas?

$X_{A(t)} = \overset{0m}{X_{A(0)}} + \overset{0m/seg}{N_{A(0)}} t + \frac{a_A}{2} t^2 = \frac{a_A}{2} t^2$

$X_{B(t)} = \overset{1,2m}{X_{B(0)}} + \overset{0m/seg}{N_{B(0)}} t - \frac{a_B}{2} t^2 = 1,2m - \frac{a_B}{2} t^2$

$\vec{a}_A \rightarrow +$ $\quad$ $\vec{a}_B \leftarrow -$

$X_{A(te)} = X_{B(te)} \rightarrow \boxed{\frac{a_A}{2} te^2 = 1,2m - \frac{a_B}{2} te^2}$ (I)

$\cdot \; a_{CM} = 0 \, m/seg^2 = \frac{m_A a_A + m_B(-a_B)}{m_A + m_B} = \frac{1kg \, a_A - 2kg \, a_B}{3 \, kg} = 0 \, m/seg$

$\rightarrow \boxed{a_A = +2 a_B}$ (II)

de (1) y (2): $2a_B te^2 = 2,4m - a_B te^2 \rightarrow 3 a_B te^2 = 2,4m$

$a_B te^2 = 0,8m$

(II) $\boxed{\frac{a_A}{2} te^2 = 0,8m}$ (III)

$X_{A(te)} = \frac{a_A}{2} te^2 \overset{(III)}{=} 0,8m$

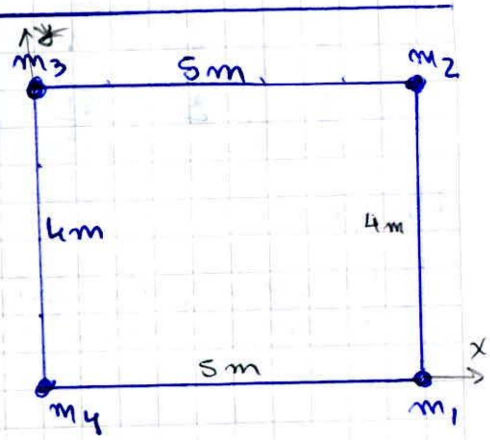
$$\boxed{X_{A(te)} = 0,8m}$$ ✓

dinám. pto. mat.

(123) tres partículas de igual masa m se encuentran sobre el eje x en las posiciones 1m, 5m y 6m.
Determinar la posición del centro de masa del sistema. $m_1 = m_2 = m_3 = m$

$$X_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{3} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{3} m_i} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 \cdot x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{\cancel{m}(x_1 + x_2 + x_3)}{3\cancel{m}} = \frac{12m}{3} = \boxed{4m = X_{CM}}$$

(124) Determinar las coordenadas de la posición del centro de masa del sistema de la figura, con referencia a la masa m_4.



$m_4 = 2m_2 = 4kg \rightarrow m_2 = 2kg$
$m_3 = 3m_1 = 3kg \rightarrow m_1 = 1kg$

$a = 4m \quad b = 5m$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{4} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{4} m_i} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + m_4 \vec{r}_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} =$$

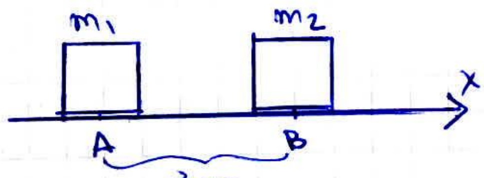
$$= \frac{1kg\ 5m\check{i} + 2kg\ (5m\check{i} + 4m\check{j}) + 3kg\ 4m\check{j} + 4kg\ \vec{0}m}{1kg + 2kg + 3kg + 4kg} =$$

$$= \frac{\cancel{kg}.(5m\check{i} + 10m\check{i} + 8m\check{j} + 12m\check{j})}{10\cancel{kg}} = \frac{15m\check{i} + 20m\check{j}}{10}$$

$$\boxed{\vec{r}_{CM} = 1{,}5m\check{i} + 2m\check{j}}$$

Ch. Plástico: $v_d = \frac{m_1 v_{1A} + m_2 v_{2A}}{m_1+m_2}$ Ch. elást.: $\begin{cases} 1 = \frac{-(v_{2desp} - v_{1desp})}{v_{2antes} - v_{1antes}} \\ m_1 v_{1A} + m_2 v_{2A} = m_1 v_{1D} + m_2 v_{2D} \end{cases}$

(131) Dos masas puntuales se encuentran sobre una trayectoria rectilínea. En el instante inicial se encuentran a 3 m uno de otro. Hallar la posición, velocidad y cantidad de movimiento del centro de masa antes y después de producido el choque para cada uno de los casos dados. Tomar como origen el punto A y el sentido positivo hacia la derecha.



$m_1 + m_2 = 15\,kg$

$m_1 = 5\,kg \quad m_2 = 10\,kg$

se desarrolla todo en x → no uso vector sino comp. en x

a) $v_1 = 4\,m/seg \quad v_2 = 0\,m/seg$.

i) si el choque es perfectamente plástico

Si $v_2 = 0\,m/seg$ → no se mueve → $\boxed{X_{cM_d} = 3m}$ $\quad X_{cMa} = \frac{10kg \cdot 3m}{15kg} = \boxed{2m = X_{cMa}}$

$v_{cM} = \frac{m_1 v_1 + m_2 \overset{0}{v_2}}{m_1+m_2} = \frac{5kg\ 4m/seg}{15kg} = \boxed{1{,}33\,m/seg = v_{cM}}$

$P_{cM} = m_{total} \cdot v_{cM} = 15kg \cdot 1{,}3\overline{3}\,m/seg = \boxed{20\,kgm/seg = P_{cM}}$

ii) si el choque es perfectamente elástico

como en i) $\boxed{X_{cM_d} = 3m}$

$\begin{cases} \cdot)\ m_1 v_{1antes} + m_2 v_{2antes} = m_1 v_{1desp} + m_2 v_{2desp}. \\ \cdot\cdot)\ 1 = \frac{-(v_{2desp} - v_{1desp})}{v_{2antes} - v_{1antes}} \rightarrow v_{2a} - v_{1a} = -(v_{2d} - v_{1d}) \end{cases}$

$\boxed{v_{desp}}$: $\begin{cases} \cdot\ \overbrace{5kg \cdot 4m/seg}^{20kgm/s} + \overset{0}{} = 5kg\ v_{1d} + 10kg\ v_{2d} \\ \cdot\cdot\ 0m/seg - 4\,m/seg = -v_{2d} + v_{1d} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5v_{1d} + 10v_{2d} = 20 \\ v_{1d} - v_{2d} = -4 \end{cases}$ $\quad v_{1d} = 1{,}33\,m/s \quad v_{2d} = 2{,}67\,m/s$

$v_{cM} = \frac{5kg\,(-1{,}33\,m/seg) + 10kg\ 2{,}67\,m/seg}{15kg} = \boxed{1{,}33\,m/seg = v_{cM_d}} = i) \rightarrow \boxed{P = 20kgm/s}$

b) $v_1 = 4\,m/seg \quad v_2 = -4\,m/seg$

i) si el choque es perfectamente plástico

$\begin{rcases} x_1(t) = 4m/seg\ t \\ x_2(t) = 3m - 4m/seg\ t \end{rcases}$ $x_1(te) = x_2(te) \rightarrow 4\frac{m}{seg}\,te = 3m - 4\frac{m}{seg}\,te \rightarrow \boxed{te = 0{,}375\,seg}$

$\boxed{x_1(0{,}375) = 1{,}5m} \rightarrow \boxed{X_{cMd} = 1{,}5\,m}$

$X_{cMa} = \frac{m_1 \overset{0}{x_{1a}} + m_2 x_{2a}}{m_1+m_2} = \frac{10kg \cdot 3m}{15kg} = \boxed{2m = X_{cMa}}$

$v_{cMa} = \frac{m_1 v_{1a} + m_2 v_{2a}}{m_1+m_2} = \frac{5kg\ 4m/seg + 10kg\ (-4\,m/seg)}{15kg} = \boxed{-1{,}33\,m/seg = v_{cMa}}$

$\boxed{X_{cM(t)} = 2m - 1{,}33\,m/seg\ t}$ $\quad \boxed{v_{cMd} = v_{cMa} = -1{,}33\,m/seg}$

$P_{cM} = m_{total} \cdot v_{cM} = 15kg\,(-1{,}33\,m/seg) = \boxed{-20\,kgm/seg = P_{cM}}$

ii) si el choque es perfectamente elástico.

$\boxed{X_{CM}(t) = 2m - 1{,}3\hat{3}\, m/seg\ t}$ $\boxed{v_{CM\,antes} = -1{,}3\hat{3}\, m/seg}$

v_{CMd}: $m_1 v_{1a} + m_2 v_{2a} = m_1 v_{1d} + m_2 v_{2d}$

$5kg\ 4m/s + 10kg\ (-4m/s) = 5kg\ v_{1d} + 10kg\ v_{2d}$

$\boxed{-20\, m/seg = 5kg\ v_{1d} + 10kg\ v_{2d}}$ (I)

$v_{2a} - v_{1a} = v_{1d} - v_{2d}$

$-4m/seg - 4m/seg = \boxed{v_{1d} - v_{2d} = -8\, m/seg}$ (II)

$v_{1d} = -6{,}67 m/s$

$v_{2d} = 1{,}33 m/seg$

$$v_{CMd} = \frac{m_1 v_{1d} + m_2 v_{2d}}{m_1 + m_2} = \frac{5kg\,(-6{,}6\hat{6}\, m/seg) + 10kg\ 1{,}3\hat{3}\, m/seg}{15kg} = \boxed{-1{,}33\, m/s = v_{CMd}}$$

c) $v_1 = 4m/seg$ $v_2 = -2m/seg$

i) si el choque es perfectamente plástico

$$X_{CM} = \frac{5kg \cdot 0m + 10kg\ 3m}{15kg} = \boxed{2m = X_{CM}}$$

$$v_{CMA} = \frac{5kg \cdot 4m/seg - 10kg\ 2m/seg}{15kg} = \boxed{0\, m/seg = v_{CMa}}$$

$\boxed{X_{CM}(t) = 2m}$

$P_{CM} = m_{total} \cdot v_{CM} = 15kg\, m \cdot 0\, m/seg = \boxed{0 = P_{CM}}$

ii) si el choque es perfectamente plástico.

$\boxed{X_{CM}(t) = 2m}$, $\boxed{v_{CMa} = 0\, m/seg}$ (igual que en i))

$v_{2a} - v_{1a} = v_{1d} - v_{2d}$

$-2m/seg - 4m/seg = \boxed{v_{1d} - v_{2d} = -6\, m/seg}$ (I)

$m_1 v_{1a} + m_2 v_{2a} = m_1 v_{1d} + m_2 v_{2d}$

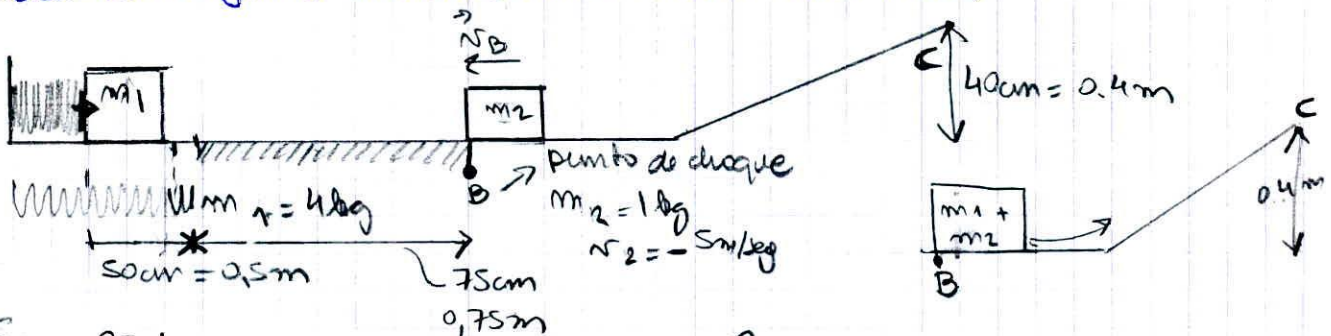
$\boxed{0\, m/seg = 5kg\ v_{1d} + 10kg\ v_{2d}}$ (II)

$v_{1d} = -4\, m/seg$

$v_{2d} = 2\, m/seg$

$$v_{CMd} = \frac{m_1 v_{1d} + m_2 v_{2d}}{m_1 + m_2} = \frac{5kg\,(-4m/seg) + 10kg\ 2m/seg}{15kg} = \boxed{0\, m/seg = v_{CMd}}$$

(132) Un cuerpo de 4 kg de masa comprime 50 cm un resorte horizontal de constante elástica 600 N/m. Se destraba el resorte y el cuerpo se desplaza sobre una sup. horizontal con rozamiento de módulo 25N. En esas condiciones recorre 75cm hasta que choca con otro cuerpo de masa 1kg que se dirigía en sentido contrario con velocidad de módulo 5m/s en forma perfectamente plástica. Luego el conjunto se desplaza sobre una superficie sin rozamiento y asciende delicadamente. Hallar la velocidad del conjunto cuando está a 40cm de altura.



$F_e = 25N$

$$W_{FROZ} = \Delta E_m = \Delta E_c + \overbrace{\Delta E_p}^{0} + \Delta E_e$$

- $W_{FROZ} = |F_e||\Delta x| \cos 180 = -25N \cdot 0{,}75m = \boxed{-18{,}75J = W_{FR}}$
- $\Delta E_e = 0 - \left(\frac{k}{2} \Delta x^2\right) = \frac{600N}{2\,m} \cdot 0{,}5^2 m^2 = -75J$
- $\Delta E_c = E_{cB} - \underbrace{E_{cA}}_{0 \text{ pues } v_0 = 0m/s} = E_{cB} = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 = \frac{4kg}{2} \cdot v_{1f}^2 = \boxed{2kg\, v_{1f}^2 = \Delta E_c}$

$$\rightarrow -18{,}75J = 2kg\, v_{1f}^2 - 75J \rightarrow v_{1B}^2 = \frac{56{,}25J}{2kg} \rightarrow \boxed{v_{1B} = 5{,}30m/s}$$

tomo referencia B=0m

$$X_{CM\,choque} = B = 0m$$

$$v_{CMd} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{4kg \cdot 5{,}3 m/seg - 1kg\, 5 m/seg}{5 kg} = \boxed{3{,}24 m/seg = v_{CMd}}$$

$\boxed{v_{CMB}}$

Desde B hasta C sólo trabaja el peso:

$$\Delta E_m = 0 \rightarrow E_{mC} = E_{mB}$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m_{total}} v_{CMC}^2 + \cancel{m_{tot}} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cancel{m_{total}} v_{CMB}^2 + \underbrace{m_{total} \cdot g \cdot \overset{0}{h}}_{0}$$

$$\frac{1}{2} v_{CMC}^2 + 10\frac{m}{seg^2} 0{,}4m = \frac{1}{2} 3{,}24^2 \frac{m^2}{seg^2}$$

$$\frac{1}{2} v_{CMC}^2 = 5{,}25 \frac{m^2}{seg^2} - 4\frac{m^2}{seg^2} = 1{,}25 \frac{m^2}{seg^2}$$

$$v_{CMC}^2 = 2{,}5\, m^2/seg^2 \rightarrow \boxed{v_{CMC} = 1{,}58\, m/seg}$$

dim. pto mat

133 Un carrito de masa 100 kg que se desplaza por una vía rectilínea a una velocidad constante de 10 m/seg choca elásticamente con otro de masa 150 kg que se hallaba en reposo.
Hallar:

a) la velocidad de ambos carritos después de efectuar un choque perfectamente elástico.

$m_1 = 100\,kg$ $\qquad$ $m_2 = 150\,kg$

$v_1 = 10\,m/seg$ $\qquad$ $v_{2\,0} = 0\,m/seg$

$$m_1 v_1 a + m_2 \underbrace{v_{2a}}_{0} = m_1 v_1 d + m_2 v_2 d$$

$$100\,kg\ 10\,m/seg = 100\,kg\ v_1 d + 150\,kg\ v_2 d$$

$$\text{I}\quad \boxed{1000\,kg\,m/seg = 100\,kg\ v_1 d + 150\,kg\ v_2 d}$$

Choque perf. elástico $\rightarrow 1 = \dfrac{-(v_2 d - v_1 d)}{v_{2a} - v_{1a}} \rightarrow \overset{0}{v_{2a}} - v_1 a = v_1 d - v_2 d$

$$\boxed{-10\,m/seg = v_1 d - v_2 d}\quad \text{II}$$

x I y II $\rightarrow \boxed{v_1 d = -2\,m/seg\ ;\quad v_2 d = 8\,m/seg}$ ✓

b) el impulso que recibió cada carrito durante el choque

$$I_1 = P_{1d} - P_{1a} = m_1 v_1 d - m_1 v_1 a = m_1 (v_1 d - v_1 a) =$$

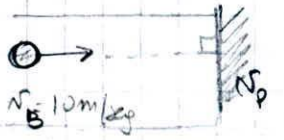
$$= 100\,kg\ (-2\,m/seg - 10\,m/seg) = \boxed{-1200\,kg\,m/seg = I_1}$$ ✓

$$I_2 = P_2 d - P_2 a = m_2 (v_2 d - v_2 a) = 150\,kg\ (8\,m/seg - 0\,m/seg) =$$

$$= \boxed{1200\,kg\,m/seg = I_2}$$ ✓

(134) Una pelota de masa 0,8 kg que se desplaza paralelamente al piso con una vel. de 10 m/seg choca sobre una pared y rebota. Hallar, en cada caso, el módulo del impulso que la pared le aplica a la pelota.

a) Si la incidencia es perpendicular a la pared y choca en forma perfectamente elástica



$v_B = 10$ m/seg

$I = m\,(v_f - v_o) = 0{,}8\,kg\,(-10\,m/s - 10\,m/s) =$

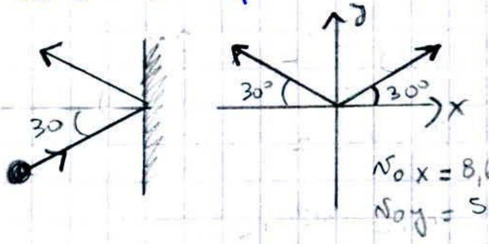
$= -16\,kg\,m/s \rightarrow \boxed{|I| = 16\,Ns}$ ✓

b) Si la incidencia es ⊥ y choca en forma perf. plástica

Plástica ⇒ quedó junto a la pared → $v_f = 0$ m/seg

$I = m\,(v_f - v_o) = 0{,}8\,kg\,(-10\,m/seg) = -8\,Ns \rightarrow \boxed{|I| = 8\,Ns}$ ✓

c) Si incide sobre la pared en un ángulo de 30° con la normal a la pared y choca en forma perfectamente elástica



$v_f\,x = -8{,}66$ m/seg
$v_f\,y = 5$ m/seg

$v_o\,x = 8{,}66$ m/seg
$v_o\,y = 5$ m/seg

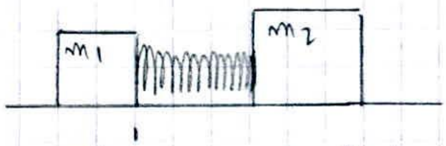
$\vec{I} = m\,(\vec{v_f} - \vec{v_o}) =$

$= 0{,}8\,kg\,(-8{,}66\,\hat{i} + \cancel{5\,\hat{j}} - 8{,}66\,\hat{i} - \cancel{5\,\hat{j}})\,m/seg =$

$= 0{,}8\,kg\,(-17{,}32\,m/seg) = -13{,}86\,Ns \rightarrow \boxed{|I| = 13{,}86\,Ns}$ ✓

---

(135) Dos cuerpos de masas 200 gr. y 500 gr. se colocan sobre una sup. horizontal sin rozam. Entre ellos se dispone un resorte de constancia elástica 700 N/m. Se toman los cuerpos y se comprime el resorte de manera que sufra un acortamiento de 10 cm y luego se liberan. Hallar las energías cinéticas de ambos cuerpos luego de haber perdido contacto con el resorte



$Fe = -k\,\Delta x = 700\,\frac{N}{m} \cdot 0{,}1\,m = 70\,N$

$\boxed{|Fe| = 70\,N}$

$m_1 = 0{,}2$ kg
$m_2 = 0{,}5$ kg
$\Delta x = 10$ cm $= 0{,}1$ m
$v_{1o} = 0$ m/seg
$v_{2o} = 0$ m/seg

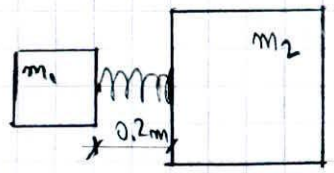
$\overbrace{\Sigma W_{otras}}^{0\,J} = \Delta E_c + \Delta E_e + \overbrace{\Delta E_p}^{0\ (=altura)}$

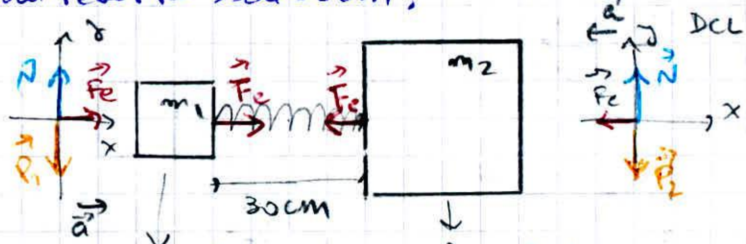
$0\,J = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}$

?

$0 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 d + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 d$

(136) Un cuerpo de masa 100gr se fija a uno de los extremos de un resorte (de masa despreciable) y otro de masa 400gr. al otro extremo. El resorte sin deformar tiene 20cm. de longitud. La constante elástica del resorte es de 1 N/cm. Se toman los dos cuerpos y se separan hasta que la long. del resorte sea 40cm y se liberan. Hallar las velocidades y aceleraciones de cada cuerpo cuando la longitud del resorte es de 30cm.





$v_{1o} = 0\,m/s$ $\qquad$ $v_{2o} = 0\,m/seg$

$m_1 = 0{,}1\,kg$ $\qquad$ $m_2 = 0{,}4\,kg$

$k = 1\frac{N}{cm} = \frac{100\ N}{100\ cm} = 100\ N/m = k$ $\qquad$ $Fe = -k\,\Delta x = -100\frac{N}{m}\cdot(0{,}3-0{,}2)$

$$\boxed{Fe = 10N}$$

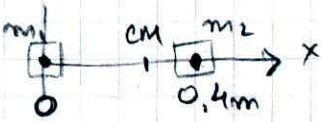
Cuando el resorte está estirado en 30cm:

En m_1: $Fe = m_1 . a_1 \rightarrow a_1 = \frac{Fe}{m_1} = \frac{10N}{0{,}1kg} = 100 m/s^2$

$$\boxed{a_1 = 100\,m/seg^2}$$

En m_2: $a_2 = \frac{-Fe}{m_2} = \frac{-10\,N}{0{,}4\,kg} = \boxed{-25\,m/seg^2 = a_2}$

Cuando el resorte está estirado en 40cm $\rightarrow$ $v_{1a} = v_{2a} = 0\,m/seg.$

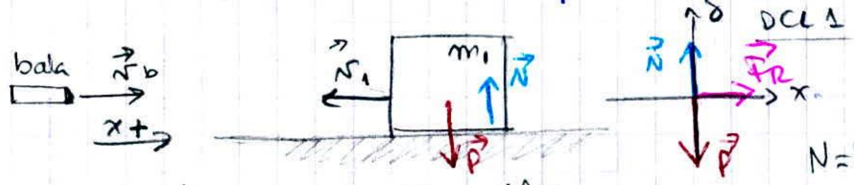


$X_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}1\,kg . 0m + 0{,}4\,kg\ 0{,}4m}{(0{,}1+0{,}4)\ kg} = \frac{0{,}16\,\cancel{kg}\,m}{0{,}5\,\cancel{kg}} = \boxed{0{,}32\,m = X_{CM}}$

$v_{CM\,a} =$

?

(137) Una bala de masa 5g se mueve hacia el cuerpo de masa 1kg que, a su vez, se mueve hacia la bala. Los módulos de las velocidades de la bala y del cuerpo en el instante inmediatamente anterior al choque son de 500 m/seg y 10 m/seg, respectivamente. La bala atraviesa el cuerpo y lo abandona con una velocidad de 100 m/seg. Sabiendo el coef. de rozamiento entre el cuerpo y el plano es 0,2 determinar la distancia que recorre el cuerpo después del choque hasta detenerse



$F_R = N \cdot \mu_c = 10N \times 0,2$

$\boxed{F_R = 2N}$ (I)

$N = P = 10N$

$m_b = 0,005\, kg$ $\qquad m_1 = 1kg$

$v_{b_a} = 500\, m/seg$ $\qquad v_{1_a} = -10\, m/seg$

$v_{bd} = 100\, m/seg$ $\qquad v_{1d} = ?$

$v_{ba}\, m_b + v_{1a}\, m_1 = v_{bd}\, m_b + v_{1d}\, m_1$

$500 \frac{m}{seg}\, 0,005kg - 10 \frac{m}{seg} \cdot 1kg = 100 \frac{m}{seg} \times 0,005kg + v_{1d}\, 1kg$

$\rightarrow -7,5\, kg \frac{m}{seg} = 0,5\, kg \frac{m}{seg} + v_{1d}\, 1kg \rightarrow \boxed{v_{1d} = -8\, m/seg}$ $\vec{v}_{1d}$

del DCL $\rightarrow F_R = m_1 \cdot a_1 \rightarrow a_1 = \frac{F_R}{m_1} \overset{(I)}{=} \frac{2N}{1kg} = \boxed{2\, m/seg^2 = a_1}$

$X_1(t) = -8\, m/seg\, t + \frac{2\, m/seg^2}{2} t^2 \rightarrow X_{(t)} = -8 \frac{m}{seg} t + 1 \frac{m}{seg^2} t^2$

hasta detenerse

$a_1 \cdot t_f = \Delta v_1 \rightarrow t_f = \frac{v_{1f} - v_{1o}}{a_1} = \frac{0 m/seg - (-8\, m/seg)}{2\, m/seg^2} = \boxed{4 seg = t_f}$

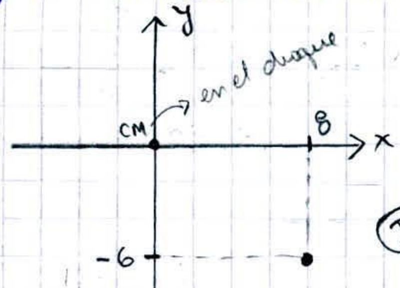
$X_1(t_f) = -8 \frac{m}{seg} t_f + 1 \frac{m}{seg^2} t_f^2 = -8 \frac{m}{seg}\, 4seg + 1 \frac{m}{seg^2} \cdot 4^2 seg^2 = \boxed{-16m = X_1(t_f)}$

$\boxed{\text{Recorre } 16\, m}$ ✓

(138) Un cuerpo puntual A tiene una masa de 2 kg y se desplaza con velocidad de módulo 12 m/seg en el sentido de las x positivas. Otro cuerpo B de masa 18 kg se desplaza en el sentido de las y negativas, produciéndose el choque entre ambos en el origen de coord. Después del choque entre ambos cuerpos quedan unidos y pasan por el punto de coord: $x = 8\,m$; $y = -6\,m$

Calcular:

a) la velocidad del móvil B antes del choque



$m_A = 2\,kg \quad \vec{v}_A = 12\,m/seg\ \check{i} \qquad X_{CMd} = 0\,m$

$m_B = 18\,kg \quad \vec{v}_B = -b\,m/seg\ \check{j} \qquad Y_{CMd} = 0\,m$

(I) $m_A \vec{v}_{Aa} + m_B \vec{v}_{Ba} = m_A \vec{v}_{Ad} + m_B \vec{v}_{Bd} = m_{Tot} \cdot \vec{v}_{CM}$

quedan unidos → choque plástico → $v_{Ad} = v_{Bd} = v_{CM}$

$$X_{CM(t)} = \frac{m_A v_{Ax} t + m_B \overbrace{v_{Bx}}^{0\,m/seg} t}{m_A + m_B} = \frac{2\,\cancel{kg} \cdot 12\,m/seg\ t}{20\,kg} = \boxed{1{,}2\,\frac{m}{seg} \cdot t = X_{CM(t)}}$$

$$Y_{CM(t)} = \frac{m_A \overbrace{v_{Ay}}^{0} t + m_B \overbrace{v_{By}}^{-b} t}{m_A + m_B} = \frac{18\,\cancel{kg}\,(-b)\,m/seg\ t}{20\,\cancel{kg}} = \boxed{-\frac{18b}{20}\,\frac{m}{seg}\,t = Y_{CM(t)}}$$

$\vec{r}_{CM(t)} = 1{,}2\,\frac{m}{seg}\,t\,\check{i} - 0{,}9b\,\frac{m}{seg}\,t\,\check{j} \qquad$ en $t_1 \to \vec{r}_{CM(t_1)} = 8\,m\,\check{i} - 6\,m\,\check{j}$

$\to \vec{r}_{CM(t_1)} = 1{,}2\,\frac{m}{seg}\,t_1\,\check{i} - 0{,}9b\,\frac{m}{seg}\,t_1\,\check{j} = 8\,m\,\check{i} - 6\,m\,\check{j} \to \begin{cases} 1{,}2\,m/seg\ t_1 = 8\,m \\ -0{,}9b\,m/seg\ t_1 = -6\,m \end{cases} \quad t_1 = 6{,}\overline{6}\,seg.$

en $t_1 = 6{,}\overline{6}\,seg \longrightarrow \vec{r}_{CM} = 8\,m\,\check{i} - 6\,m\,\check{j}$

$-0{,}9\,b\,m/\cancel{seg} \cdot 6{,}\overline{6}\,\cancel{seg} = -6\,m \longrightarrow -6\,m\,b = -6\,m \to b = 1 \to \boxed{\vec{v}_B = -1\,m/seg\ \check{j}}$ ✓

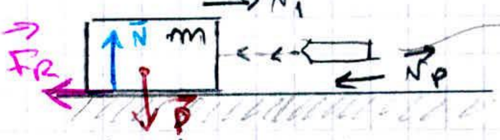
b) La velocidad final del conjunto

(I) $$\vec{v}_{CMd} = \frac{m_A \vec{v}_{Aa} + m_B \vec{v}_{Ba}}{m_1 + m_2} = \frac{2\,\cancel{kg} \cdot 12\,m/seg\,\check{i} - 18\,\cancel{kg} \cdot 1\,m/seg\,\check{j}}{20\,\cancel{kg}} =$$

$$= \boxed{1{,}2\,m/seg\ \check{i} - 0{,}9\,m/seg\ \check{j} = \vec{v}_{CMd}}$$ ✓

(139) Un bloque de 498 kg de masa se mueve sobre un plano horizontal. El coef. de rozamiento cinético entre ambos es 0,2. En el instante en que su velocidad tiene módulo 2 m/seg es alcanzado por un proyectil de masa 2 kg que se mueve horizontalmente con velocidad de igual recta de acción, sentido contrario y módulo 98 m/seg, quedando incrustado en el bloque.

a) ¿qué distancia recorren después del impacto hasta detenerse? (no resuelva usando consideraciones cinemáticas)



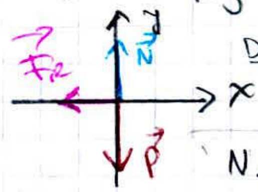
Proyectil $= m_p = 2\,kg$, $v_p = -98\ m/seg$

"incrustado en el bloque" → choque plástico

$m = 498\ kg \qquad \mu_c = 0,2$

$v_a = 2\ m/seg$

$$v_{cm} = \frac{m\,v_a + m_p\,v_{pa}}{m + m_p} = \frac{498\,kg \cdot 2\,m/seg - 2\,kg \cdot 98\,m/seg}{500\,kg}$$



$$v_{cm} = \frac{800}{500}\ m/seg \rightarrow \boxed{v_{cm\,d} = 1,6\ m/seg}$$

$N = P = m_{total} \cdot g = 5000\ N$

$F_R = m \cdot a_1 \rightarrow a_1 = \frac{F_R}{m}$

$F_R = N \cdot \mu_c = 5000\ N \times 0,2 = \boxed{1000\,N = F_R}$

$$W_{F_R} = \Delta E_m = \underbrace{\Delta E_p}_{0\,J} + \Delta E_c + \underbrace{\Delta E_e}_{0\,J} = \underbrace{E_{cf}}_{0 \text{ pues } v_f = 0\,m/s} - E_{ci}$$

- $W_{F_R} = |F_R|\,|\Delta x| \cdot \cos 180 = \boxed{-1000\,N \cdot \Delta x = W_{F_R}}$

- $E_{ci} = \frac{1}{2}\,m_{total} \cdot v_{cm\,d}^2 = \frac{500\,kg}{2} \cdot 1,6^2\ \frac{m^2}{seg^2} = \boxed{640\,J = E_{ci}}$

$\rightarrow -1000\,N\,\Delta x = -640\,J \longrightarrow \boxed{\Delta x = 0,64\ m = 64\,cm}$

b) ¿Qué tiempo emplean?

$a_b = 0\ m/seg$ (tiene v cte) ; x DCL : $-F_R = m \cdot a_1 \rightarrow a_1 = \frac{-F_R}{m}$

F_R antes del choque $= 4980\,N \times 0,2 = 996\,N$ $\qquad a_1 = \frac{-996\,N}{498\,kg} = \boxed{-2\ m/seg^2 = a_1}$

$$a_{cm} = \frac{m_1\,a_1 + m_b\,\overset{0}{a_b}}{m_1 + m_b} = \frac{-498\,kg \cdot 2\,m/seg^2}{500\,kg} = \boxed{-1,992\ m/seg^2 = a_{cm}}$$

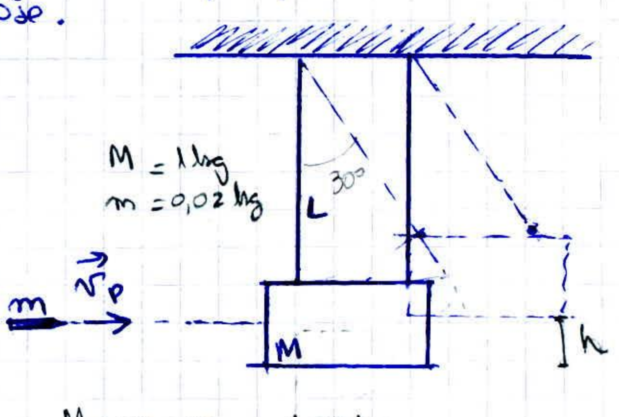
$$X_{cm(t)} = v_{cm\,d}\,t + \frac{a_{cm}}{2}\,t^2 = 1,6\,m/seg \cdot t - 0,996\,m/seg^2\,t^2$$

$$X_{cm(t_f)} = 0,64\,m = 1,6\,m/seg \cdot t_f - 0,996\,m/seg^2\,t_f^2 \rightarrow \boxed{t_f = 0,85\,seg}$$

0,75

• 140 Un bloque de masa $M = 1\,kg$ está suspendido de una cuerda de long. 1 m, como se muestra en la figura. Un proyectil de masa $m = 20\,g$ choca contra el bloque incrustándose.

a) Si la cuerda llega a apartarse 30° de la dirección vertical, determinar la velocidad inicial del proyectil.



$M = 1\,kg$
$m = 0{,}02\,kg$

$\vec{P}_{CM}$ se conserva (choque plástico)

$$m\, v_{P_a} + M \overbrace{\vec{v}_{M_a}}^{0} = \underbrace{m\, v_{Pd} + M\, v_{Md}}$$

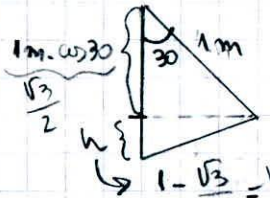
$$\boxed{m\, v_{P_0} = (M+m)\, v_{CMd}} \quad \text{I}$$

$M + m = m_T = 1{,}02\,kg$

Solo actúan fuerzas de peso $\rightarrow \Delta E_m = 0 \rightarrow E_{Cf} + E_{Pf} = E_{Ci} + E_{Pi}$

$$\underbrace{\frac{1}{2} m_T\, v_{cm_f}^2}_{0} + m_T\, g\, h = \frac{1}{2} m_T\, v_{mTi}^2 + \underbrace{m_T\, g \cdot 0\,m}_{0}$$

$$10{,}2\,N \cdot 0{,}1339\,m = \frac{1{,}02\,kg}{2} \cdot v_{CMd}^2$$

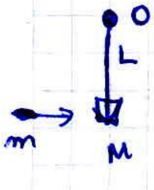


$\hookrightarrow 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} = h = 0{,}1339\,m$

$$\rightarrow v_{CMd} = 1{,}6364\,m/seg \xrightarrow{\text{I}} v_{P0} = \frac{1{,}02\,kg \cdot 1{,}6364\,m/seg}{0{,}02\,kg}$$

$$\boxed{v_{P0} = 83{,}46\,m/seg}$$

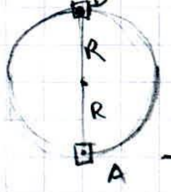
b) Determinar qué masa debería tener un proyectil que choque plásticamente contra el bloque M con la misma velocidad calculada en a) para que luego del choque el conjunto alcance a dar una vuelta completa alrededor del punto O. Para resolverlo considere el modelo indicado en la figura.



Para que pueda dar la vuelta, la tensión en B NO puede ser 0 pero puede tender a 0 N

$$\rightarrow P + T = m \cdot a \xrightarrow{T \to 0} P = m \cdot a$$

$$\cancel{m} g = \cancel{m} \cdot \frac{v_B^2}{R}$$



$\rightarrow h_B = 2m$

$$v_B^2 = g \cdot R = 10\,\frac{m}{seg^2} \cdot 1m \rightarrow v_B = 3{,}16\,m/seg$$

— $h_A = 0m$

$$E_{mA} = E_{mB}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m_T}\, v_A^2 + \cancel{m_T}\, g\, \overbrace{h_A}^{0} = \frac{1}{2}\cancel{m_T}\, v_B^2 + \cancel{m_T}\, g\, h_B$$

$$\frac{v_A^2}{2} = \frac{v_B^2}{2} + 10\,\frac{m}{seg^2}\, 2m \rightarrow v_A^2 = 3{,}16^2\,\frac{m^2}{seg^2} + 40\,\frac{m^2}{seg^2} \rightarrow v_A = 7{,}07\,m/seg$$

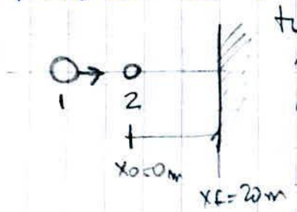
$v_A = v_{CMd} = 7{,}07\,m/seg$

choque plástico $\rightarrow m \cdot v_{Pa} = (m+M)\, v_{CMd} \rightarrow m \cdot 83{,}46\,m/seg = (m + 1\,kg)\, 7{,}07\,m/seg$

$$\underbrace{m\, 83{,}46\,m/seg - m\, 7{,}07\,m/seg} = 7{,}07\,kg\,m/seg$$

$$m\, 76{,}39\,m/seg = 7{,}07\,kg\,m/seg \longrightarrow \boxed{m = 0{,}0925\,kg = 92{,}5\,gr}$$

(141) Una esfera puntual de masa 400gr se mueve con velocidad módulo 5m/seg sobre una sup. horizontal de rozamiento despreciable, perpendicularmente a una pared. Choca con otra esfera de masa 200gr que está en reposo a 20m de la pared. Después del choque la segunda esfera tarda 5seg en alcanzar la pared.
Determinar la distancia a la pared a que se encuentra la primera esfera cuando la segunda choca contra la pared.



todo en x → no uso vectores (uso módulos)

$m_1 = 400gr = 0{,}4\ kg$

$m_2 = 200gr = 0{,}2\ kg$

es un choque elástico $\vec{P}_{CM}$ se conserva

$v_{1a} = 5\ m/seg$

$v_{2a} = 0\ m/seg$

$m_1 v_{1a} + m_2 v_{2a} = m_1 v_{1d} + m_2 v_{2d}$

(1) $\boxed{0{,}4\ kg\ 5m/seg = 0{,}4\ kg\ v_{1d} + 0{,}2\ kg\ v_{2d}}$

v_{2d} : tarda 5seg en recorrer 20m $\rightarrow v_{2d} = \frac{20m}{5seg} = \boxed{4m/seg = v_{2d}}$ (2)

x (1) y (2) $2\ kg\ m/seg = 0{,}4\ kg\ v_{1d} + 0{,}2\ kg\ 4m/seg \rightarrow \boxed{v_{1d} = 3\ m/seg}$

$X_1(t) = v_{1d}\ t = 3m/seg \cdot t \rightarrow X_1(t_f) = X_1(5) = 3\frac{m}{seg} \cdot 5seg = 15m$

Recorrió 15m después del choque → dist a la pared $= (20-15)m \rightarrow \boxed{d = 5m}$ ✓

(142) Un móvil de masa 50kg se desplaza sobre una sup. horizontal sin rozamiento, con velocidad 80m/seg. En un instante dado se le deposita un bulto de masa desconocida.

a) Determinar la masa del bulto si la vel. del conjunto disminuye a la mitad.

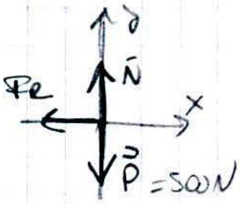
choque plástico $\rightarrow P_{CM_a} = P_{CM_d} \rightarrow m \overset{0}{v_{ma}} + M v_{Ma} = (m+M)\ v_{CM_d}$

$v_{CMd} = \frac{v_{Ma}}{2} = 40m/seg \rightarrow 50kg \cdot 80m/seg = m \cdot 40m/seg + 50kg \cdot 40\ m/seg$

$\boxed{m = 50kg}$ ✓

b) A continuación el conjunto sigue desplazándose sobre una sup. rugosa y se detiene después de haber recorrido 100m.

Calcular el coef. de roce cinético entre el móvil y la sup.



$W_{F_{ROCE}} = \Delta E_m$

$N = P$

$F_R = N \mu_c$

• $W_{F_{ROCE}} = |F_{ROCE}|\,|\Delta x| \cos 180 = -N\mu_c\,\Delta x = -500N\ \mu_c\ 100m$

• $\Delta E_m \overset{\Delta E_p = 0}{=} \Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = \frac{1}{2} m \underbrace{v_f^2}_{0} - \frac{1}{2} m v_i^2$

$\rightarrow \Delta E_c = -\frac{1}{2}\ 50kg \cdot \left(40\frac{m}{seg}\right)^2 = -40000\ J$

$\rightarrow -50000\ J\ \mu_c = -40000\ J \rightarrow \boxed{\mu_c = 0{,}8}$ ✓

(143) Un cuerpo de 10 kg se mueve con una velocidad cuyo módulo es 1 m/seg. sin que actúe ninguna fuerza exterior. Ocurre luego una explosión interna, separándose el cuerpo en dos fragmentos de masas iguales. El sistema así formado aumenta, como consecuencia de la explosión, su energía cinética de traslación en 20 J. Ninguno de los dos fragmentos cambia de dirección respecto a su movimiento original. Determinar la velocidad de cada uno de los fragmentos después de la explosión

$$\Delta E_c = E_{c_d} - E_{c_a} = 20 J \qquad m_1 = m_2 = 5 kg$$

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2) v_0^2 + 20 J = \frac{1}{2} m_1 v_{1d}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2d}^2$$

$$\frac{1}{2} 10 kg \cdot 1^2 m^2/seg^2 + 20 J = \frac{5 kg}{2} v_{1d}^2 + \frac{1}{2} 5 kg\, v_{2d}^2$$

$$\boxed{25 J = 2{,}5 kg\, v_{1d}^2 + 2{,}5 kg\, v_{2d}^2} \quad (1)$$

Además: $P_{CM_a} = P_{CM_d}$

$$(m_1+m_2) v_i = m_1 v_{1d} + m_2 v_{2d}$$

$$2\, \cancel{10 kg}\, 1 m/seg = \cancel{5 kg}\, v_{1d} + \cancel{5 kg}\, v_{2d}$$

$$2 m/seg = v_{1d} + v_{2d} \rightarrow \boxed{v_{1d} = 2 m/seg - v_{2d}} \quad (2)$$

(2) en (1): $25 J = 2{,}5 kg (2 m/seg - v_{2d})^2 + 2{,}5 kg\, v_{2d}^2$

$$25 J = 2{,}5 kg (4 m^2/seg^2 - 4 v_{2d}\, m/seg + v_{2d}^2) + 2{,}5\, v_{2d}^2$$

$$25 J = 10 kg\, m^2/seg^2 - 10 kg\, v_{2d}\, m/seg + 2{,}5 kg\, v_{2d}^2 + 2{,}5\, v_{2d}^2$$

$$\rightarrow 5 kg\, v_{2d}^2 - 10 kg\, v_{2d}\, m/seg - 15 J = 0 \rightarrow v_{2d} = 3 m/seg \text{ ó } v_{2d} = -1 m/seg$$

y (2): $v_{1d} = 2 m/seg - v_{2d} \rightarrow v_{2d} = 3 m/seg \rightarrow v_{1d} = -1 m/seg$

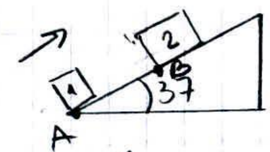
ó $v_{2d} = -1 m/seg \rightarrow v_{1d} = 3 m/seg$

tomo 1 de las dos respuestas posibles, pues el cuerpo 1 o el 2 es cualquiera de los dos.

$$\boxed{v_1 = 3 m/seg \qquad v_2 = -1 m/seg}$$ ✓

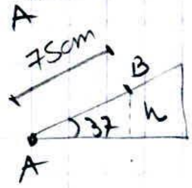
NOTA

(144) Un cuerpo de masa 2 kg es lanzado hacia arriba por un plano inclinado formando 37º con la horizontal, con velocidad de módulo 5 m/seg. Recorre 75 cm sin rozamiento y choca en forma perfectamente elástica con otro cuerpo de 3 kg de masa, que se halla en reposo. Después del choque el segundo cuerpo recorre una zona con rozamiento 50 cm hasta detenerse.
Calcular el coeficiente de rozamiento entre el segundo y el plano



$m_1 = 2\,kg \qquad m_2 = 3\,kg$

$v_{0_1} = 5\,m/seg \qquad v_{0_2} = 0\,m/seg$



$h = sen(37)\,75\,cm = 45\,cm \rightarrow h_B = 0{,}45\,m \quad , h_A = 0\,m$

de A a B: $\Delta Em = 0 \rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_{0_1}^2 + m_1 g \underbrace{h_A}_{0} = \frac{1}{2} m_1 \underbrace{v_{f_1}^2}_{en\,B} + m_1 g h_B$

$\rightarrow \frac{1}{2} v_{0_1}^2 = \frac{1}{2} \underbrace{v_{f_1}^2}_{B} + g h_B \rightarrow \underbrace{v_{f_1}^2}_{B} = v_{0_1}^2 - 2 g h_B = 5^2 \frac{m^2}{seg^2} - 2 \cdot 10 \frac{m}{seg^2} \cdot 0{,}45\,m$

$v_{f_1\,en\,B}^2 = 16\ m^2/seg^2 \rightarrow \boxed{v_{f_1\,en\,B} = 4\,m/seg}$

Choque perfectamente elástico $\rightarrow -v_{1a} + \underbrace{v_{2a}}_{} = v_{1d} - v_{2d}$

$-5\,m/seg + 0\,m/seg = \boxed{v_{1d} - v_{2d} = -5\,m/seg}$ (1)

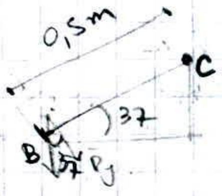
↓
se conserva $\vec{P}_{CM}$

$\Rightarrow P_{CM_a} = P_{CM_d} \rightarrow m_1 v_{1a} + m_2 \underbrace{v_{2a}}_{0\,m/seg} = m_1 v_{1d} + m_2 v_{2d}$

$\boxed{v_{F_1\,en\,B} = v_{1a}}$

$\boxed{2\,kg\ 4\,m/seg = 2\,kg\ v_{1d} + 3\,kg\ v_{2d}}$ (2)

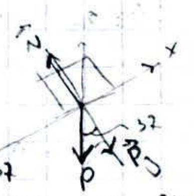
de (1) y (2): $\begin{cases} v_{1d} - v_{2d} = -5 \\ 2 v_{1d} + 3 v_{2d} = 8 \end{cases} \rightarrow v_{1d} = -1{,}4\,m/seg \qquad v_{2d} = 3{,}6\,m/seg$



$h_C = 0{,}5\,m \cdot sen(37) = 0{,}3\,m \rightarrow v_C = 0\,m/seg$

$h_B = 0\,m \qquad v_{0B} = v_{2d} =$

$W_{Froce} = \Delta Em$



$N = P_y = P \cos 37$

$N = 30\,N\,0{,}8 \rightarrow N = 24\,N$

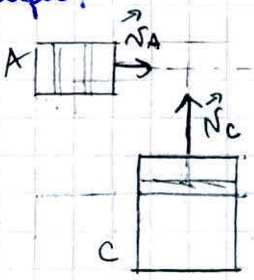
- $W_{Froce} = |F_{roce}|\,|\Delta x| \cos 180 = -24\,J\,\mu_c\,0{,}5\,m = \boxed{-12\,J\,\mu_c = W_{Froce}}$ (1)
- $\Delta Em = \frac{1}{2} m \underbrace{v_C^2}_{0} + m g h_C - \frac{1}{2} m v_B^2 - m g \overbrace{h_B}^{0} = 30\,N\,0{,}3\,m - \frac{1}{2}\,3\,kg\ 3{,}6^2\,m^2/seg^2$

$\boxed{\Delta Em = -10{,}44\,J}$

(1) y (2) $\rightarrow -12\,J\,\mu_c = -10{,}44\,J \rightarrow \boxed{\mu_c = 0{,}87}$

(145) Un automóvil cuya masa es de 2000 kg avanza a lo largo de una calle en sentido oeste-este choca a una velocidad de 70 km/h con un camión de masa 5000 kg y que atraviesa la misma calle en sentido sur norte a una velocidad de 21 km/h. Si como consecuencia del choque quedan unidos:

¿Cuál es la magnitud y dirección de su velocidad inmediatamente después del choque?



$m_A = 2000\ kg$ $\quad m_C = 5000\ kg$

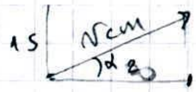
$\vec{v}_A = 70\frac{km}{h}\,\check{i}$ $\quad \vec{v}_C = 21\frac{km}{h}\,\check{j}$

choque plástico

$$m_A \vec{v}_{A_a} + m_C \vec{v}_{C_a} = (m_A + m_B)\,\vec{v}_{CMd}$$

$$\rightarrow \vec{v}_{CMd} = \frac{2000\,\cancel{kg}\ 70\,km/h\ \check{i} + 5000\,\cancel{kg}\ 21\,km/h\ \check{j}}{(2000+5000)\,\cancel{kg}} = \boxed{20\,km/h\ \check{i} + 15\,km/h\ j = \vec{v}_{CMd}}$$

$$\rightarrow |\vec{v}_{CMd}| = \sqrt{20^2 + 15^2}\ km/h = \boxed{25\,km/h = v_{CMd}}\ ✓$$

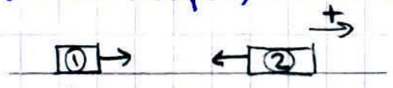


$$tg\,\alpha = \frac{op}{ady} = \frac{15\,km/h}{20\,km/h} = 0{,}75 \longrightarrow \boxed{\alpha = 37^\circ}\ ✓$$

---

(146) Dos carritos de masas $m_1 = 5\,kg$ y $m_2 = 20\,kg$ se desplazan en una misma vía rectilínea, sus velocidades son 20 m/seg hacia la derecha y 10 m/s hacia la izq, respect.

a) Suponiendo que chocan en forma perfectamente plástica, hallar las velocidades finales después del choque



$m_1 = 5\,kg$ $\quad v_{1a} = 20\,m/seg$ $\quad \vec{P}_{CMa} = \vec{P}_{CMd}$

$m_2 = 20\,kg$ $\quad v_{2a} = -10\,m/seg$ $\quad$ se desarrolla en x → no uso vectores

$$\overset{5kg}{m_1}\,\underset{20}{v_{1a}} + \overset{20kg}{m_2}\,\underset{-10}{v_{2a}} = \overset{5kg}{m_1}\,v_{1d} + \overset{20kg}{m_1}\,v_{2d} \rightarrow \boxed{-100\,kg\,m/seg = 5\,kg\ v_{1d} + 20\,kg\ v_{2d}}\ (1)$$

$$\text{perf. elást.} \rightarrow v_{2a} - v_{1a} = v_{1d} - v_{2d} = -10\,m/seg - 20\,m/seg \rightarrow \boxed{-30\,m/seg = v_{1d} - v_{2d}}\ (2)$$

$$\times\ (1)\ y\ (2) \rightarrow \boxed{v_{1d} = -28\,m/seg \quad v_{2d} = 2\,m/seg}\ ✓$$

b) Si se detecta que la vel. del carrito 1 desp. del choque es 20 m/seg hacia la izq., hallar la vel. del carrito 2 ¿se conservó la energía? ¿Cuánto varió?

$$\times\ (1)\ de\ a) \rightarrow -100\,\cancel{kg}\,\cancel{m/seg} = 5\,kg(-20\,m/seg) + 20\,kg\ v_{2d} \rightarrow \boxed{v_{2d} = 0\,m/seg}\ ✓$$

$$\Delta E_c = \tfrac{1}{2}\overset{5kg}{m_1}(v_{1d}^2 - v_{1a}^2) + \tfrac{1}{2}\overset{20kg}{m_2}(\overset{0}{v_{2d}^2} - v_{2a}^2) = 2{,}5\,kg\,((-20)^2 - 20) + 10\,kg\,.(0-100) = \boxed{\Delta E_c = -1000\,J}$$

c) Si se detecta q' la vel. del carrito 2 desp. es de 0,5 m/s hacia la der. → hallar v_{1d}

$$\times(1): -100\,kg\,m/seg = 5\,kg\ v_{1d} + 20\,kg\ 0{,}5\,m/seg \Rightarrow \boxed{v_{1d} = -22\,m/seg}\ ✓$$

$$\Delta E_c = 2{,}5\,kg\,((-22)^2 - 20^2)\ m/seg^2 + 10\,kg\,(0{,}5^2 - (-10)^2) = 210\,J - 997{,}5\,J = \boxed{-787{,}5\,J = \Delta E_c}\ ✓$$

(147) Un cuerpo de masa de 5gr. choca elásticamente con otro que está en reposo y después sigue moviéndose en el sentido que llevaba originalmente pero con una velocidad igual a la cuarta parte de la que tenía antes del choque. Si el otro cuerpo, después del choque posee la misma dirección determinar la masa del cuerpo que recibió el golpe y el módulo de la velocidad final de dicho cuerpo

se desarrolla todo en x → no uso vectores

$m_1 = 0{,}005\,kg$ $\quad m_2 = ?$

$v_{1a} = k\ m/seg$ $\quad v_{2a} = 0\ m/seg$

$v_{1d} = \frac{k}{4}\ m/seg$

$P_{cm_a} = P_{cm_d} \rightarrow m_1 v_{1a} + m_2 \overset{0\,m/seg}{v_{2a}} = m_1 v_{1d} + m_2 v_{2d}$

$\boxed{0{,}005\,kg\ k\ m/seg = 0{,}005\,kg\ \frac{k}{4}\ m/seg + m_2 v_{2d}}$ ①

$\boxed{-v_{1a} + \overset{0}{v_{2a}} = v_{1d} - v_{2d}}$

$\rightarrow -k\ m/seg = \frac{k}{4}\ m/seg - v_{2d} \rightarrow v_{2d} = \left(\frac{k}{4} + k\right) m/seg = \boxed{\frac{5}{4} k\ m/seg = v_{2d}}$ ②

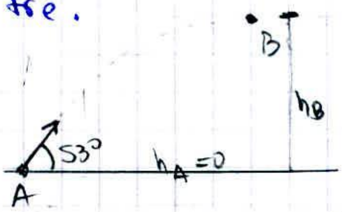
$\boxed{k\ m/seg = v_{1a}}$ ✓

① y ② $0{,}005\,kg \left(k - \frac{k}{4}\right) m/seg = m_2 \cdot \frac{5}{4} k\ m/seg$

$\rightarrow m_2 = \frac{0{,}005\,kg\ 3/4\ m/seg}{5/4\ kg\ m/seg} = \boxed{0{,}003\,kg = m_2 = 3\,gr}$ ✓

---

(148) Se dispara desde la sup. terrestre, un cuerpo explosivo de masa 1kg con una velocidad de módulo 50 m/seg. formando un ángulo de 53° con el plano horizontal. Al alcanzar la altura máxima estalla separándose en dos fragmentos de masas iguales, no modificándose la dirección de las velocidades. Si el sistema aumenta su energía cinética en 450 J y se desprecia la fricción del aire, hallar la energía cinética de traslación con que cada fragmento llega a la sup. terrestre.



$\vec{v}_A = 50\,m/seg \cos 53°\ \hat{i} + 50\,m/seg\ \text{sen}\ 53°\ \hat{j} = 30\,m/seg\ \hat{i} + 40\,m/seg\ \hat{j}$

$\vec{v}_A = 30\,m/seg\ \hat{i} + 40\,m/seg\ \hat{j}$ en B, $v_y = 0 \rightarrow \boxed{\vec{v}_B = 30\,m/seg\ \hat{i}}$

$E_{m_A} = E_{m_B} \rightarrow \frac{1}{2} \cancel{m} v_A^2 + \cancel{m} g \overset{0m}{h_A} = \frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2 + \cancel{m} g h_B$

$\rightarrow h_B = \frac{v_A^2 - v_B^2}{2g} = \frac{50^2\,m^2/seg^2 - 30^2\,m^2/seg^2}{2 \times 10\,m/seg^2} = \boxed{80\,m = h_B}$

choque elástico $\rightarrow P_{cm_a} = P_{cm_d}$ $\quad$ antes de "chocar", $\vec{v}_a = 30\,m/seg\ \hat{i}$

- $m v_B = \frac{m}{2} \cdot v_{1d} + \frac{m}{2} v_{2d} \rightarrow \boxed{1\,kg\ 30\,m/seg = 0{,}5\,kg\ v_{1d} + 0{,}5\,kg\ v_{2d}}$ ①
- $\Delta E_c = 450\,J = E_{c_f} - E_{c_i} = \frac{1}{2} 0{,}5\,kg \cdot v_{1d}^2 + \frac{1}{2} 0{,}5\,kg\ v_{2d}^2 - \underbrace{\frac{1}{2} 1\,kg\ 30^2\,m^2/seg^2}_{450\,J}$

$450\,J + 450\,J = \boxed{900\,J = 0{,}25\,kg\ v_{1d}^2 + 0{,}25\,k\ v_{2d}^2}$ ②

de ①: $v_{1d} = \frac{30\,kg\ m/seg - 0{,}5\,kg\ v_{2d}}{0{,}5\,kg} = \boxed{60\,m/seg - v_{2d} = v_{1d}}$ ③

③ en ② $\rightarrow 900\,J = 0{,}25\,kg \underbrace{(60\,m/seg - v_{2d})^2}_{60^2 - 120 v_{2d} + v_{2d}^2} + 0{,}25\,kg\ v_{2d}^2$

$\rightarrow \cancel{900\,J} = \cancel{900\,J} - 30\,m/seg\ v_{2d} + 0{,}25\,kg\ v_{2d} + 0{,}25\,kg\ v_{2d}^2 \longrightarrow v_2$ ↗ $60\,m/seg \rightarrow v_1 = 0$; ↘ $0\,m/seg \rightarrow v_1 = 60$

- tomo: $v_{1B} = 0\,m/seg$

$v_{2B} = 60\,m/seg$

Al llegar a la sup terrestre: $mgh = 0J$

Fragmento i: fr_i $\rightarrow \Delta Em_{fr_1} = \frac{1}{2} m_1 v_{F_1}^2 + mg\overset{0m}{h} - \frac{1}{2} m_1 \overset{0}{v_{1B}^2} - m g h_B =$

$= 0{,}25\,kg\, v_F^2 - 5N \times 80m = 0J \rightarrow \boxed{v_{F_1} = 40\,m/seg}$

$Ec_{final\,fr_1} = \frac{1}{2}\, 0{,}5\,kg \cdot 40^2\, m^2/seg^2 = \boxed{400J = Ec_{final\,fr_1}}$ ✓

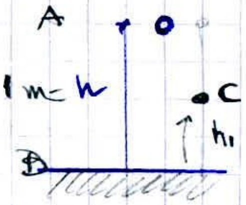
fr_2: $\Delta Em_{fr_2} = \frac{1}{2} m\, v_{F_2}^2 - \frac{1}{2} m\, v_{2B}^2 - mgh_B = 0{,}25\,kg\, v_{F_2}^2 - 0{,}25\,kg\, 60^2\, m^2/seg^2 - 400J$

$\Delta Em_{fr_2} = 0J \rightarrow \boxed{v_{F_2} = 72{,}11\,m/seg}$

$Ec_{final\,fr_2} = 0{,}25\,kg\; 72{,}11^2\, m^2/seg^2 = \boxed{1300J = Ec_{final\,fr_2}}$ ✓

---

(149) Una pelota de goma de 10cm de diámetro cae desde una altura de h=1m.
En el primer rebote alcanza una altura de 0,5m
¿cuántos rebotes más realizará?



$v_2 = de = 0\,m/seg$ (Piso)

choque elástico $\rightarrow e = \frac{-(v_{2d} - v_{1d})}{v_{2a} - v_{1a}} = \frac{v_{1d}}{-v_{1a}}$

$\boxed{e = \frac{v_{1d}}{-v_{1a}}}$ (1) $\quad \boxed{v_{1a}}$: $\Delta Em_{AB} = 0J = Em_B - Em_A$

$\frac{1}{2}\cancel{m}\,\underset{0}{v_A^2} + \cancel{m} g h_A = \frac{1}{2}\cancel{m}\, v_{1a}^2 + \cancel{m}\, g\, \overset{0}{h_B}$

h_i = altura del iésimo rebote $\qquad 2g\underset{1m}{h_A} = v_{1a}^2 \rightarrow \boxed{v_{1a} = 4{,}47\,m/seg}$ (2)

$h_1 = 0{,}5m \qquad |e| = \sqrt{\frac{h_1}{h}} = \sqrt{\frac{0{,}5m}{1m}} \longrightarrow |e| = 0{,}71$

$\downarrow +$ $\quad \uparrow -$

1 reb. (1) $0{,}71 = \frac{v_{1d}}{-v_{1a}} \xrightarrow{(2)} v_{1d} = -0{,}71 \cdot 4{,}47\, m/seg = \boxed{-3{,}17\,m/seg = v_{1d}}$

• $\Delta Em_{CaB} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}\,\overset{0}{v_C^2} + \cancel{m} g\, \overset{0{,}5m}{h_C} = \frac{1}{2}\cancel{m}\, v_B^2 + \cancel{m} g\, \overset{0}{h_B} \Rightarrow 5\,\frac{m^2}{seg^2} \cdot 2 = v_B^2$

$\rightarrow v_B = 3{,}16\,m/seg = v_{1a}$

2° reb. $v_{1d} = -0{,}71\, v_{1a} \rightarrow \boxed{v_{1d} = -2{,}24\,m/seg} \rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}\, 2{,}24^2 = \cancel{m} g h_D$

$h_D = 0{,}25\,m$ 2° reb.

3° reb. • $\frac{1}{2}\cancel{m}\,\overset{0}{v_D^2} + \cancel{m} \cdot g h_D = \frac{1}{2}\cancel{m}\, v_B^2 + \cancel{m} g\, \overset{0}{h_B} \rightarrow 10\,m/seg\; 0{,}25\,m \times 2 = v_B^2 \xrightarrow{v_D = v_{1a}} v_{1a} = 2{,}23\,m/seg$

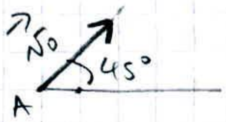
$v_{1a} = 2{,}23\,m/seg \rightarrow v_{1d} = -0{,}71 \cdot v_{1a} = \boxed{-1{,}59\,m/seg = v_{1d}} \rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}(-1{,}59)^2 = \cancel{m} g h_E \rightarrow \boxed{h_E = 0{,}13m}$

4° rebote • $\frac{1}{2}\cancel{m}\,\overset{0}{v_E^2} + \cancel{m} g h_E = \frac{1}{2}\cancel{m}\, v_B^2 + \cancel{m} g\, \overset{0}{h_B} \rightarrow v_B^2 = v_{1a}^2 = 2 \times g \cdot h_E \longrightarrow \boxed{v_{1a} = 1{,}61\,m/seg}$

$v_{1a} = 1{,}61\,m/seg \rightarrow \boxed{v_{1d} = -1{,}14\,m/seg} \rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}(1{,}14)^2 = \cancel{m} g h_F \rightarrow \boxed{h_F = 0{,}065\,m}$

h_F < Diam $\rightarrow$ no rebota más $\rightarrow$ $\boxed{\text{rebota 4 veces}}$ ✓

(150) Se lanza un proyectil con un ángulo de elevación de 45° con respecto a la horizontal y una velocidad inicial de 360 m/seg. En el punto más alto de su trayectoria el proyectil hace explosión dividiéndose en 2 fragmentos de igual masa, uno de los cuales cae verticalmente.
¿A qué distancia del punto de disparo golpeará el otro fragmento el suelo, si el terreno es horizontal?



$v_0 = 360\ m/seg$

$\vec{v}_0 = 254{,}6\, m/seg\ \hat{i} + 254{,}6\ m/seg\ \hat{j}$

en el punto más alto (B)
$\vec{v}_B = 254{,}6\ m/seg\ \hat{i}$
$\rightarrow v_B = 254{,}6\ m/seg$

$\Delta Em = 0J \rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 + mg\overset{0}{h_A} = \frac{1}{2} m v_B^2 + mgh_B$

$\frac{1}{2} 360^2\ m^2/seg^2 - \frac{1}{2}\, 254{,}6^2\ m^2/seg^2 = g\, h_B \rightarrow \boxed{h_B = 3240\ m}$

Se conserva $\vec{P}_{cm}$ $\rightarrow m \cdot v_B = \frac{m}{2} \vec{v}_{1d} + \frac{m}{2} \underbrace{\vec{v}_{2d}}_{0}$ $\rightarrow$ el que cae verticalmente

$2 \times 254{,}6\ m/seg = \vec{v}_{1d} \rightarrow \boxed{v_{1d} = 509{,}2\ m/seg}$

Hasta punto Y máx

$Y_1(t) = 254{,}6\ m/seg\ t - 5\frac{m}{seg^2} t^2 \rightarrow Y(t_{hmáx}) = 3240\ m = 254{,}6\ m/seg\ t_{hmáx} - 5\frac{m}{seg^2}(t_{hmáx})^2$

$\rightarrow \boxed{t_{hmáx} = 25{,}45\ seg}$

$X_1(t) = 360 \cos(45)\ m/seg\ t \rightarrow \boxed{X_1(t_{hmáx}) = 6478{,}5\ m}$

$Y_2(t) = 3240\,m - 5\frac{m}{seg^2} t^2 \rightarrow Y_2(t_f) = 0\,m = 3240\,m - 5\frac{m}{seg} t_f^2 \rightarrow \boxed{t_f = 25{,}45\ seg}$

$X_2(t) = 6478{,}5\, m + 509{,}2\, m/seg\ t \rightarrow \boxed{X(t_f) = 19437{,}6\ m}$ ✓

151) Sistema de ref: 2do cubo

$v_1^2 - v_0^2 = 2\,a_1\,\ell$

$v_2^2 - v_1^2 = 2\,a_2\,\ell$

Aceleración bajo 1er cubo:

$a_1 = -F(2M+m)/2Mm$

v_1 = velocidad final luego de cubo 1

Aceleración bajo 2do cubo:

$a_2 = -F(M+m)/Mm$

v_2 = velocidad final luego de cubo 2

$$\text{si} \begin{cases} v_1 = 0 & (\text{límite inferior}) \\ v_2 = 0 & (\text{límite superior}) \end{cases}$$

Entonces:

$$\sqrt{\frac{F\ell(2M+m)}{mM}} \leq v_0 \leq \sqrt{\frac{F\ell(4M+3m)}{mM}}$$

• (132) Un cuerpo de masa 6 kg que se encuentra en reposo explota dividiéndose en tres trozos. Uno de ellos de masa 2 kg se desprende con una velocidad de 25 m/seg, el otro de masa 3 kg lo hace a una velocidad de 15 m/s formando entre ambos un ángulo de 90°.

a) Hallar la velocidad, en módulo dirección y sentido del tercer trozo

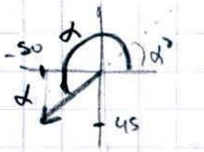
$m_1 = 2\,kg$ $\quad v_{1d} = 25\,m/seg\ \check{i}$ $\quad v_i = 0\,m/seg$ (reposo)

$m_2 = 3\,kg$ $\quad v_{2d} = 15\,m/seg\ \check{j}$

$m_3 = 1\,kg$ $\quad v_{3d} = ?$

$$(m_1+m_2+m_3)\underbrace{\vec{v}_i}_{0} = m_1\vec{v}_{1d} + m_2\vec{v}_{2d} + m_3\vec{v}_{3d}$$

$$0 = 2\,kg \cdot 25\,m/seg\ \check{i} + 3\,kg\ 15\,m/seg\ \check{j} + 1\,kg\ \vec{v}_{3d}$$



$$\vec{v}_{3d} = -50\,m/seg\ \check{i} - 45\,m/seg\ \check{j} \rightarrow \boxed{|v_{3d}| = 67{,}27\,m/seg}$$

$$tg(\alpha') = \frac{45\,m/seg}{50\,m/seg} = 42°,\quad \alpha = 90° + \alpha' = \boxed{132° = \alpha}$$

b) Calcular cuánto varió la energía cinética del sistema después de la explosión

$E_{ci} = 0\,J$ (estaba en reposo)

$$E_{cf} = \frac{1}{2}\left[m_1 v_{1d}^2 + m_2 v_{2d}^2 + m_3 v_{3d}^2\right] = \frac{1}{2}\left(2\times 25^2 + 3\times 15^2 + 1\times 67{,}27^2\right) kg\, m^2/seg^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\ 6450{,}25\,J \rightarrow \boxed{\Delta E_c = 3.225\,J}$$